

UNIVERSIDAD DE CUENCA

FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

CARRERA DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA



“RECURSOS DIDÁCTICOS PARA ELASTICIDAD, MOVIMIENTO OSCILATORIO, ONDAS Y ACÚSTICA DE LA ASIGNATURA DE OSCILACIONES Y ONDAS”

Trabajo de titulación previo a la
obtención del título de Licenciado
en Ciencias de la Educación en
Matemáticas y Física

AUTORES:

Juan Manuel Fárez Plaza C.I. 0105630131

Pedro Paúl León Guamán C.I. 0104419247

TUTOR:

Dr. Alberto Santiago Avecillas Jara

C.I. 1704208816

CUENCA – ECUADOR

2017



RESUMEN

El presente trabajo, denominado Recursos didácticos para elasticidad, movimiento oscilatorio, ondas y acústica de la asignatura de oscilaciones y ondas, tiene la finalidad de brindar apoyo al docente de la asignatura en la Carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca, desde un enfoque relacionado con las nuevas tendencias en la educación, ya que el principal problema es la falta de comprensión de algunos contenidos por parte de los estudiantes y esto dificulta el aprendizaje. Al introducir nuevos materiales didácticos que ayuden en la labor educativa se pretende mejorar la comprensión de los contenidos.

La metodología utilizada en este trabajo fue el análisis estadístico mediante una encuesta realizada a los estudiantes de la carrera, se reunieron datos que luego se tabularon y graficaron para evidenciar esta problemática. Con los resultados obtenidos se pudo evidenciar que la falta de materiales didácticos afecta la comprensión y el aprendizaje de los contenidos.

Finalmente, y luego de constatar la existencia de este problema, se puede manifestar que el incluir nuevos materiales para el aprendizaje de esta asignatura, tratarán de apoyar al docente en el proceso educativo. Y el contar con una guía para el docente de estos recursos, facilitará el uso y la enseñanza en clase.

Palabras clave: Oscilaciones y Ondas, Material didáctico, guía para el docente, prácticas de laboratorio.

ABSTRACT

The present work, called Didactic resources for elasticity, oscillatory movement, waves and acoustics of the subject of oscillations and waves, has the purpose of providing support to the teacher of the subject in the Mathematics and Physics Career of the University of Cuenca, from an approach related to new trends in education, since the main problem is the lack of understanding of some content by students and this makes learning difficult. When introducing new didactic materials that help in the educational work is intended to improve the understanding of the contents

The methodology used in this work was the statistical analysis through a survey of the students of the race, gathered data that were then tabulated and plotted to evidence this problem. With the results obtained it was possible to show that the lack of didactic materials affects the understanding and learning of the contents.

Finally, and after verifying the existence of this problem, it can be stated that the inclusion of new materials for the learning of this subject, will try to support the teacher in the educational process. And having a guide for the teacher of these resources, will facilitate the use and teaching in class.

Keywords: Oscillations and Waves, Teaching material, teacher's guide, laboratory practices.



CONTENIDO

Introducción	17
CAPÍTULO I	
1. Fundamentación teórica.....	18
1.1 Principales exponentes del constructivismo en la educación	18
1.2 El constructivismo en la física	20
1.3 Recursos didácticos	21
1.3.1 Importancia de los recursos didácticos en el proceso enseñanza-aprendizaje.....	23
1.3.2 Recursos didácticos para la enseñanza de Oscilaciones y Ondas	25
CAPÍTULO II	
2. Metodología y resultados.....	29
2.1 Metodología.....	29
2.1.1 Encuesta.....	29
2.1.2 Cuestionario y Análisis.....	30
2.2 Resultados.....	40
CAPÍTULO III	
3. Propuesta.....	41
3.1 Esquema de la propuesta.....	42
3.2 Guía de uso para el docente.....	43
Puente	44
Estructuras.....	49
Aparatos para deformación lineal, superficial y volumétrica	50
Deformaciones unitarias.....	55
Varilla de Poisson	56
Coeficiente de Poisson	60
GRÁFICA $DU - \xi$	61
Ley de Hooke. Histéresis elástica	65
Viga para flexión	68
Elasticidad por Flexión	74
Modelo de Cristal	75
Comportamiento Elástico y estructura Atómica	78
Parámetros Cinemáticos del MAS	79
Cinemática del MAS lineal	83



Curvas de Energía Cinética, Potencial y Total	85
Dinámica del MAS lineal II	89
Diagrama de vectores rotatorios o fasores	91
Superposición de dos MAS de igual dirección e igual frecuencia cíclica temporal	95
Conclusiones.....	97
Recomendaciones	98
Bibliografía	99
Anexos	102



Lista de tablas

Tabla 2.1 Noción (conocimientos previos) acerca de la asignatura	30
Tabla 2.2 Nivel de comprensión de la asignatura	31
Tabla 2.3 Desempeño en evaluaciones	32
Tabla 2.4 Nivel de retención y retroalimentación con el uso de material didáctico	33
Tabla 2.5 Frecuencia con la que se entendían las clases impartidas por el docente	34
Tabla 2.6 Frecuencia con la que se utilizó material didáctico en las clases	35
Tabla 2.7 Nivel de complejidad de la asignatura	36
Tabla 2.8 Utilizar material didáctico mejora la comprensión de los contenidos	37
Tabla 2.9 Usar material didáctico mejora la comprensión y el aprendizaje de la asignatura	38
Tabla 2.10 Nivel de mejoría en la comprensión de los contenidos con el uso de material didáctico en las clases	39
Tabla 3.1	46
Tabla 3.2.....	52
Tabla 3.3.....	56
Tabla 3.4.....	62
Tabla 3.5.....	69
Tabla 3.6.....	76
Tabla 3.7.....	80
Tabla 3.8.....	86
Tabla 3.9.....	92



Lista de gráficas

Gráfica 1.1 Botella sumergida en agua	26
Gráfica 1.2 balanceo pendular de un reloj	26
Gráfica 1.3.....	26
Gráfica 1.4.....	26
Gráfica 1.5.....	27
Gráfica 1.6.....	27
Gráfica 1.7 Ley pitagórica de las cuerdas	27
Gráfica 1.8 Principio de Huygens	28
Gráfica 2.1 Noción (conocimientos previos) acerca de la asignatura	30
Gráfica 2.2 Nivel de comprensión de la asignatura	31
Gráfica 2.3 Desempeño en evaluaciones	32
Gráfica 2.4 Nivel de retención y retroalimentación con el uso de material didáctico	33
Gráfica 2.5 Frecuencia con la que se entendían las clases impartidas por el docente	34
Gráfica 2.6 Frecuencia con la que se utilizó material didáctico en las clases	35
Gráfica 2.7 Nivel de complejidad de la asignatura	36
Gráfica 2.8 Utilizar material didáctico mejora la comprensión de los contenidos	37
Gráfica 2.9 Usar material didáctico mejora la comprensión y el aprendizaje de la asignatura	38
Gráfica 2.10 Nivel de mejoría en la comprensión de los contenidos con el uso de material didáctico en las clases	39
Gráfica 3.1 Esquema de la propuesta	42
Gráfica 3.2.....	44
Gráfica 3.3.....	45
Gráfica 3.4.....	45
Gráfica 3.5.....	47
Gráfica 3.6.....	49
Gráfica 3.7.....	49
Gráfica 3.8.....	50
Gráfica 3.9.....	51
Gráfica 3.10.....	52
Gráfica 3.11.....	55
Gráfica 3.12.....	56
Gráfica 3.13	60



Gráfica 3.14.....	61
Gráfica 3.15.....	62
Gráfica 3.16.....	64
Gráfica 3.17.....	67
Gráfica 3.18	68
Gráfica 3.19	71
Gráfica 3.20	72
Gráfica 3.21	74
Gráfica 3.22	75
Gráfica 3.23	75
Gráfica 3.24	78
Gráfica 3.25	78
Gráfica 3.26	80
Gráfica 3.27	83
Gráfica 3.28	85
Gráfica 3.29	91



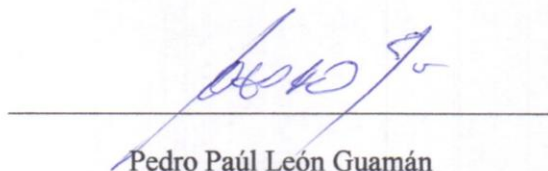
Universidad de Cuenca

Cláusula de Licencia y Autorización para Publicación en el Repositorio Institucional

Pedro Paúl León Guamán, en calidad de autor y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación, **“RECURSOS DIDÁCTICOS PARA ELASTICIDAD, MOVIMIENTO OSCILATORIO, ONDAS Y ACÚSTICA DE LA ASIGNATURA DE OSCILACIONES Y ONDAS”**, de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el Repositorio Institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, diciembre de 2017



Pedro Paúl León Guamán

C.I: 0104419247



Universidad de Cuenca

Cláusula de Licencia y Autorización para Publicación en el Repositorio Institucional

Juan Manuel Fárez Plaza, en calidad de autor y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación, **“RECURSOS DIDÁCTICOS PARA ELASTICIDAD, MOVIMIENTO OSCILATORIO, ONDAS Y ACÚSTICA DE LA ASIGNATURA DE OSCILACIONES Y ONDAS”**, de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el Repositorio Institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, diciembre de 2017

Juan Manuel Fárez Plaza

C.I: 0105630131



Universidad de Cuenca
Cláusula de Propiedad Intelectual

Juan Manuel Fárez Plaza, autor del trabajo de titulación, **“RECURSOS DIDÁCTICOS PARA ELASTICIDAD, MOVIMIENTO OSCILATORIO, ONDAS Y ACÚSTICA DE LA ASIGNATURA DE OSCILACIONES Y ONDAS”**, certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, diciembre de 2017

Juan Manuel Fárez Plaza

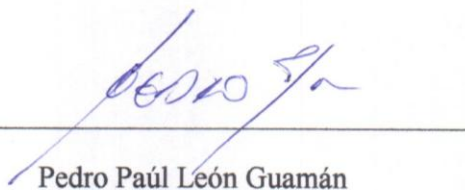
C.I: 0105630131



Universidad de Cuenca
Cláusula de Propiedad Intelectual

Pedro Paúl León Guamán, autor del trabajo de titulación, **“RECURSOS DIDÁCTICOS PARA ELASTICIDAD, MOVIMIENTO OSCILATORIO, ONDAS Y ACÚSTICA DE LA ASIGNATURA DE OSCILACIONES Y ONDAS”**, certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, diciembre de 2017



Pedro Paúl León Guamán

C.I: 0104419247



DEDICATORIA

Este trabajo de titulación lo dedico a mis padres, hermanas, hermanos y sobrinos, porque gracias a su apoyo incondicional que supieron brindarme he logrado alcanzar mi objetivo.

JUAN FÁREZ

DEDICATORIA

A la persona más importante en mi vida, quien con su esfuerzo me enseña diariamente el valor de la humildad y el sacrificio, quien me inculca valores que van más allá de lo terrenal, quien siempre está conmigo con su grandioso amor y ejemplo constante, quien me apoya incondicionalmente y nunca se da por vencida, mi madre Pilar.

A mi compañera de vida, mi esposa Gina, quien soportó todos los contratiempos y dificultades de este trabajo, pero siempre supo apoyarme con su amor y paciencia, le amo mi gorda.

A mis tesoros más preciados, Paúl y Mati, por quienes trato de ser mejor cada día y por quienes seguiré esforzándome todos los días de mi vida.

A mis hermanos Andrea y Álvaro, con quienes aprendí el verdadero significado de la amistad y que gracias a su esfuerzo y superación he tratado de seguir su ejemplo.

Y sobre todo a Dios, el ser omnipresente, quien se manifiesta en la disciplina, en el esfuerzo, en la superación, en la alegría, en la amistad, en el compañerismo, en la colaboración y en todas las personas que me apoyaron de alguna u otra forma; gracias Dios porque sin tu bendición nada de esto sería posible.

PEDRO LEÓN



AGRADECIMIENTO

Agradezco a Dios y a mi familia, quienes supieron darme su apoyo y guiarme para seguir adelante y lograr mis objetivos.

A la prestigiosa Universidad de Cuenca, por darme la oportunidad de formarme como un profesional.

A todos mis profesores sin excepción alguna, quienes supieron aportar sus conocimientos y experiencias en mi formación académica.

Al Dr. ASAJ, por saber compartir sus conocimientos y guiarnos en este trabajo de Titulación.

De igual manera a mis compañeros, amigos y allegados que de alguna manera supieron contribuir en mi formación profesional.

JUAN FÁREZ

AGRADECIMIENTO

Agradezco a todos los docentes de la carrera que de una u otro forma colaboraron con este proyecto y siempre estuvieron predispuestos a ayudarme.

Un efusivo agradecimiento al Dr. ASAJ, quien supo brindarme su apoyo incondicional a lo largo de toda mi carrera como estudiante y en el desarrollo de este trabajo de titulación.

Gracias a mi familia, quienes siempre estuvieron ahí en todos los momentos buenos y difíciles de este largo trayecto universitario.

Y finalmente agradezco a todas las personas que a lo largo de este trabajo me brindaron su ayuda para poder finalizar con éxito este proyecto.

PEDRO LEÓN

INTRODUCCIÓN

El análisis de Oscilaciones y Ondas tiene gran importancia en los diversos campos de la vida, como por ejemplo en la construcción de sistemas arquitectónicos, instrumentos musicales, dispositivos para la transmisión y recepción del sonido, el diseño de numerosos equipos médicos, entre otros; esto hace que el estudio y la correcta enseñanza de esta asignatura sean necesarios.

En la Universidad de Cuenca, en la Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación, específicamente en la Carrera de Matemáticas y Física, se imparte la cátedra de Oscilaciones y Ondas, materia que resulta necesaria para los estudiantes, pues ellos son los futuros docentes de esta asignatura en los diferentes niveles del Bachillerato General Unificado. Sin embargo, desde algún tiempo atrás se dificulta el proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que la comprensión de los contenidos por parte de los estudiantes es compleja, y entre otros aspectos la falta de material didáctico para estos temas hace aún más notorio este problema; por esta razón se cree necesaria la implementación de materiales que ayuden a mejorar la enseñanza.

En la actualidad la educación presenta varios retos, sobre todo en los procesos de enseñanza-aprendizaje, por lo que, al evidenciar este problema, el proyecto crea recursos que ayudan a mejorar el aprendizaje y la comprensión de una manera creativa, interactiva y dinámica, ya que la función del maestro, a más de impartir conocimientos, es también la de actuar como mediador, facilitar los instrumentos necesarios para que el estudiante sea capaz de aprender y entender todos los procesos o etapas de estudio; por estas razones se desea que el docente y los estudiantes utilicen recursos didácticos como material de apoyo para reforzar su estudio, pues prácticamente en casi todas las situaciones de enseñanza aparece el empleo de materiales didácticos de todo tipo y en cualquier soporte.

Finalmente, para facilitar el uso de estos materiales, se elabora una guía para el docente con los pasos y observaciones para una correcta utilización de estos materiales didácticos; también se incluyen una serie de actividades que el docente las puede aplicar a los estudiantes y así reforzar este proceso.

CAPÍTULO I

1. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

1.1 Principales exponentes del constructivismo en la educación

El constructivismo es una teoría que surge en el siglo XVIII, pero se consolida en los siglos XIX y XX gracias a los aportes de grandes personajes como: Giovanni Battista Vico, Immanuel Kant, Karl Heinrich, Jean Piaget, Lev Vigotsky, David Ausubel, entre otros. Su idea central es la formación del conocimiento en el educando.

El *constructivismo* nace como una teoría pedagógica nueva de enseñanza-aprendizaje formulada por Jean Piaget en 1971 como desarrollo cognitivo. Piaget estudió cómo se van desarrollando los conocimientos, y observó que estos no son innatos, sino que se van adquiriendo a lo largo de la vida.

Piaget sostiene que, a partir de unas capacidades generales con las que se nace, los sujetos van construyendo su inteligencia, al mismo tiempo que construyen todo su conocimiento sobre la realidad. Esto lo hacen actuando sobre el mundo físico y social experimentando con los objetos y situaciones, y transformándolos. (Delval, 2001, p.354)

Para Bruner, la organización de la información no se debe dar al alumno ya elaborado, sino que la debe descubrir él mismo; la condición indispensable para aprender un conocimiento de forma significativa es a través de la experiencia personal. (Bruner, 1960).

Por otro lado, David Ausubel sostiene que el aprendizaje significativo sucede cuando el alumno puede relacionarlo con lo que ya sabe, de tal manera que, si el alumno no tiene un conocimiento previo sobre determinado contenido, este contenido carecerá de significado. (Ausubel 1968).

Vygotsky, fundador de la teoría sociocultural, nos dice que el maestro debe promover entre los estudiantes el diálogo o discusión en el tema, ya que esto ayuda a los alumnos a ser creativos, inventivos y descubridores, los hace capaces de criticar, verificar, y promueve la autoevaluación por parte del estudiante, les permite desarrollar sus propias ideas, la interacción con

los demás posibilita el aprendizaje, mientras más rica sea la interacción con los demás, nuestros conocimientos son más ricos y amplios.(Vigotsky 1925).

El constructivismo en la educación, se ha manifestado por la postura de sus diferentes autores, quienes en su gran mayoría sostienen que la educación debe ser flexible y se deben introducir nuevos materiales que faciliten esta labor, por lo que se podría manifestar que este enfoque no es tajante en sus criterios, sino que, más bien deja abierta la posibilidad a reinventar nuevas formas de llegar al educando. Yeany manifiesta: “se la ve tan elástica, que en lugar de demandar cohesión, ésta simplemente acomoda muchas perspectivas” (Yeany, 1991, p.15).

De manera que el constructivismo está basado en el desarrollo del conocimiento que se logra a través de la intervención sobre la realidad, experimentando con objetos y situaciones cotidianas ya que el conocimiento se desarrolla a lo largo del transcurso de la vida. Es decir, se deja en construcción el conocimiento a partir de la interacción entre el sujeto cognoscente y el objeto conocido. Este enfoque holístico “[...] postula que el educando construye el conocimiento a través de diversos canales como: la lectura, el escuchar, la exploración y sobre todo la experiencia de su medio ambiente” (Redine, 2012, p. 49).

El supuesto de esta teoría pedagógica, entonces, es que el estudiante es quien construye su propio conocimiento en base a dos postulados: la estabilidad y el cambio.

Esta dinámica de estabilidad en el conocimiento es producto de la información dada y, el cambio, es parte de una conciencia de reflexión y crítica de esos contenidos.

Bajo el tapete de todos estos postulados se rompe entonces el oscuro formalismo al que estuvo atado el conocimiento que se sujetó a la pura transmisión de contenidos y da paso ahora a un nuevo modelo, el constructivismo en donde el educando es un ‘*ser activo*’ del conocimiento. Sin olvidarnos que el estudiante necesariamente debe ser guiado por el docente, quien es el facilitador y mediador de todos los recursos que ayuden al estudiante a lograr este aprendizaje y adquirir nuevos conocimientos.

1.2 El constructivismo en la Física

La Física, al ser una disciplina científica, pretende manejar conceptos y algoritmos exactos para su estudio, por lo que alrededor de toda su historia se han manejado criterios con precisión, ya sea en forma de ley o ecuación. Como acotan Linn & Butler (1993), la Física tradicional se convirtió en un grupo de conocimientos aislados, conformados por respuestas cortas y de opción múltiple, que permitían medir la retención de cuestiones tan triviales como el valor numérico del calor específico del aceite o el agua.

Piaget dirá, entonces, que el conocimiento siempre atraviesa un proceso de construcción y, desde esta acepción, el conocimiento desde la Física no será la excepción de entrar en este camino, el de la construcción a partir de la exploración y el descubrimiento, factores a los que Moshman (1982) identificará como constructivismo endógeno.

La enseñanza y el aprendizaje de la Física, en este caso, también ocuparían un espacio al ser parte del constructivismo por estar formulado desde el lenguaje.

De tal manera que, así:

[...] un modelo constructivista en la educación menciona: En cuanto al estudiante, cambios muy significativos en el desempeño de su papel, pasaría a ser dinámico, cuestionador, analista, investigador, responsable y consciente, ya que se convierte en el agente principal que actúa para alcanzar los conocimientos. (Redine, 2012, p. 54).

Con este antecedente, Bruner, es quien promoverá un modelo centrado en “*el aprendizaje de la heurística de descubrir*”, el mismo que trae consigo: “[...] un ejercicio por resolver problemas y un esfuerzo por descubrirlos” (1967, p. 121). De este modo, los cimientos principales del método heurístico se definen por:

- “Asimilación y transferencia de estructuras conceptuales y procedimientos algorítmicos novedosos en un contexto de resolución de problemas.
- Desarrollo de estrategias heurísticas.
- Generación de estrategia positivas hacia las Matemáticas y la Física” (Cocinero, 2015, p. 14).

Desde la teoría del desarrollo en Robbie Case, explica que la resolución de problemas y la exploración tiene como objetivo pasar a una situación estructural más compleja, de modo que:

La resolución de problemas consiste en la tendencia a experimentar con nuevas operaciones cuando con las existentes no se consigue el objetivo buscado. A partir de estas experimentaciones, el estudiante evalúa los resultados obtenidos e integra en su repertorio las nuevas operaciones que han sido útiles.

La exploración consiste en la tendencia a poner en marcha operaciones ya existentes en una gama de situaciones o problemas nuevos, ampliando su rango de aplicación. («El enfoque constructivista de Piaget», 201. C., p. 295)

En suma, los temas de la física serían muy favorecidos con el constructivismo, si se crea un ambiente científico adecuado y la motivación necesaria; esto posibilitaría la adhesión de personas con ganas de trabajar e investigar en esta rama y así lograr nuevos avances. Es importante tener en cuenta que, si bien el aprendizaje es un proceso personal y único de cada individuo, necesita cierto liderazgo, control y guía de un tutor profesional y eficiente. Es así como se expone este punto de vista aplicado, por supuesto, a la enseñanza de la Física. (Montilla , 2017).

1.3 Recursos didácticos

Los recursos didácticos son un sinnúmero de elementos que se usan para tratar de aumentar el interés del alumno y por ende mejorar su aprendizaje. Estos recursos pretenden ser un apoyo en la labor del docente y así lograr un aprendizaje significativo en el estudiante.

Al tratar de definir lo que es un recurso didáctico, se encontraron varias definiciones, que cambian de acuerdo a la perspectiva del autor, pero todos ellos coinciden en que un recurso didáctico es cualquier material que se utilice en el proceso de aprendizaje, para tratar de facilitar y mejorar este proceso.

(Moya, 2010) nos señala que cuando hablamos de recursos didácticos en la enseñanza, estamos haciendo referencia a todos aquellos apoyos pedagógicos que refuerzan la actuación docente, optimizando el proceso de enseñanza-aprendizaje. En cambio (Reyes, 2017) sostiene que son un conjunto de elementos que facilitan la realización del proceso de enseñanza y aprendizaje, proporcionan experiencias sensoriales significativas acerca de un determinado conocimiento y contribuyen a que los estudiantes construyan un conocimiento determinado. Por otro lado (Herrera, 1998) llama recursos didácticos a todos los medios que llevan a los alumnos a motivarse, y ya dentro de este estado anímico, además le faciliten el proceso de aprendizaje en forma integral.

Los recursos didácticos pretenden en todo momento realzar, ayudar, facilitar, mejorar, motivar, reforzar, construir; un proceso educativo acorde con las necesidades de los educandos. Por lo que no exento de estos grandes facilitadores del proceso educativo, esta propuesta propone recursos para facilitar el estudio de Oscilaciones y Ondas en la carrera de Matemáticas y Física.

Los recursos didácticos facilitan el aprendizaje de los estudiantes, incluyendo medios de observación y experimentación, ahorran tiempo, incluyen imágenes vivas, centran el interés, la atención sobre lo que se desea enfatizar, motivan la clase, concretan e ilustran lo que se está exponiendo verbalmente, economizan esfuerzos para conducir a los alumnos a la comprensión de los hechos y conceptos. Para cumplir con su objetivo, la didáctica tiene que considerar seis elementos fundamentales: el alumno, los objetivos, el profesor, la materia, las técnicas de enseñanza y el medio geográfico económico, cultural y social.

El estudiante: por quien y para quien se crearon los centros educativos.

El profesor: quien se encarga de la orientación y la motivación del estudiante, para que éste cumpla los objetivos de aprendizaje planteados.

Los objetivos: las metas planteadas para cada grupo de estudiantes.

La materia: contenido que se pretende alcanzar como un objetivo educativo.

Cultural y social: medio en el que se desarrolla la escuela, por lo que la escuela debe cumplir con las exigencias de este medio, de manera que habilite al educando para tomar conciencia de la realidad ambiental que lo rodea y en la que debe participar.

El material didáctico: Ninguna escuela debe prescindir de canchas deportivas, laboratorios, biblioteca, rota folios, aparatos de proyección, aparatos de sonido, videos, computadoras, software etc. que sirvan de apoyo al alumno y al maestro en el proceso enseñanza – aprendizaje. Los recursos didácticos, en la enseñanza, son el nexo entre las palabras y la realidad. Lo ideal sería que todo aprendizaje se llevase a cabo dentro de una situación real de vida. No siendo esto posible, los recursos didácticos deben sustituir a la realidad, representándola de la mejor forma posible. Debe hacerse constar que los recursos necesitan del profesor, para animarlos. (Laliena , 2014).

En definitiva, los materiales didácticos están presentes en todos los momentos del aprendizaje, estos ayudan a lograr mayor interés en el estudiante, por lo que es imprescindible renovar y adquirir nuevos recursos que permitan mejorar el proceso educativo.

1.4 Importancia de los recursos didácticos en el proceso enseñanza-aprendizaje

A modo de antecedente general, hay que señalar que el contexto en el que surge el empleo de los recursos didácticos es a partir de los siglos comprendidos entre el XVII y XVIII tras la filosofía empirista, misma que privilegiaba los sentidos como fuente de conocimiento.

Rousseau será quien exprese mejor en el *Emilio* esta idea de los empiristas al decir:

Antes de la edad de la razón, el niño no percibe ideas, sino imágenes. Siendo sus sensaciones los primeros materiales de su conocimiento, ofrecérselas en un orden conveniente es preparar su memoria... aprende a sentir mirando, palpando, escuchando, y sobre todo comparando la vista con el tacto. (Rousseau, 1762 citado en González, 2010, p. 2)

Dentro del proceso educativo, muchos han sido los esfuerzos por parte de los docentes o educadores por desarrollar métodos, técnicas o estrategias que sirvan de estímulo para potencializar las destrezas, habilidades y capacidades de los educandos a través de los recursos didácticos a fin de que estos puedan contribuir en el despliegue de la creatividad y el pensamiento crítico de los involucrados en la formación educativa (docentes, comunidad educativa y estudiantes).

Desde sus comienzos, la labor pedagógica se ha preocupado por encontrar medios o recursos para mejorar la enseñanza, es por ello, que, a la hora de hacer referencia a los recursos didácticos, a estos se les considera como un apoyo pedagógico a partir del cual se refuerza el acto del docente y se optimiza el proceso de aprendizaje, proporcionándole una herramienta interactiva al profesor. (Catálogo Digital de Publicaciones DC, 2015, párr. 1)

Sobre este acontecer hemos de señalar a continuación los tipos de materiales didácticos empleados dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, puesto que estos representan el paso de un aula tradicional a un espacio interactivo.

Los materiales didácticos convencionales: entre ellos encontramos a los textos o libros impresos, los tableros y pizarras y los llamados manipulables; entre estos los diagramas y modelos en láminas.

Los materiales didácticos no convencionales: dentro de este grupo destacan las herramientas de audio, proyección de imágenes, diseños por simuladores, entre otros que han surgido de la perfección de la técnica y el afinamiento de la ciencia al campo educativo.

Lo que resta decir sobre los recursos didácticos es que estos cumplen ciertas funciones dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje: estructurar la realidad, motivar y mediar en el proceso pedagógico.

Otros como:

- Portadora de contenidos: es la de servir de ayuda y sostén a los contenidos de aprendizaje.
- Función estructurante: los medios y recursos permiten guiar y orientar el curso de las acciones de enseñanza y aprendizaje, ofreciendo recomendaciones sobre los cómo y cuándo estudiar, además de lo qué del contenido.
- Función simbólica y reconstructiva de la cultura.
- Función socializadora. (Hurtado, 2012, p. 2)

Dentro de esta enumeración las características que adoptan los materiales didácticos en el ámbito educativo se resalta a: equipos y materiales formados, el contenido y mensaje, y el sistema simbólico.

En consecuencia, al ser el fin del docente y del proceso educativo lograr en el estudiante el mayor aprendizaje posible, y al ser los recursos didácticos un medio para lograr este fin, será de gran ayuda en esta labor docente incluir materiales que faciliten este proceso y ayuden al estudiante a elevar su nivel de aprendizaje.

1.5 Recursos didácticos para la enseñanza de Oscilaciones y Ondas

Históricamente, las ciencias experimentales surgieron como una explicación de la realidad y los fenómenos naturales, entre ellas la biología, la astronomía o la física, por citar a algunas de ellas, y estas han ocupado desde hace mucho un espacio de interés cada vez mayor para el hombre, por lo que resulta de gran importancia elaborar metodologías e introducir recursos tangibles que ayuden en la comprensión de estos temas.

Con la evolución tecno-científica se deja atrás al mito y a cualquier pretensión teológica de conocer al mundo, pues, con la disciplina científica al servicio de la humanidad, se ha permitido conocer nuevos hechos naturales que despertaban curiosidad antes.

Así, por ejemplo, las primeras investigaciones científicas que generaron una reflexión de estudio mediante la observación y la experimentación fue lo referido al movimiento.

Galileo Galilei, como uno de los grandes conocedores de la ciencia, aportó con el descubrimiento del movimiento oscilatorio al observar el vaivén de un péndulo, el cual se encontraba dispuesto en el balanceo de una lámpara. “Este descubrimiento fue de los más importantes en la ciencia del movimiento, y Galileo le dio una aplicación práctica, cincuenta años después, construyendo un reloj cuyo movimiento dependía del continuo balanceo de un péndulo” (Posada, 2013, p. 17).

De ahí que el movimiento oscilatorio pueda ser representado a partir del empleo de los siguientes recursos didácticos: una botella sumergida en el agua, el balanceo pendular de un reloj, como se muestran en la gráfica 1.1 y en la 1.2.

Gráfica 1.1



Botella sumergida en agua

Fuente: google imágenes

Gráfica 1.2



Balanceo pendular de un reloj

Fuente: google imágenes

Otro buen ejemplo del movimiento oscilatorio es el experimento que se realiza con una vela, dos vasos de cristal y un clavo. Una vez obtenidos estos materiales se puede apreciar este tipo de fenómeno oscilatorio.

Esto bien se puede ilustrar de la siguiente manera:

Gráfica 1.3



Se coloca la vela entre los vasos

Fuente: (Gutierrez, 2014)

Gráfica 1.4



Una vez encendida se equilibra sola

Fuente: (Gutierrez, 2014)

Gráfica 1.5



Oscilación lado derecho

Fuente: (Gutierrez, 2014)

Gráfica 1.6



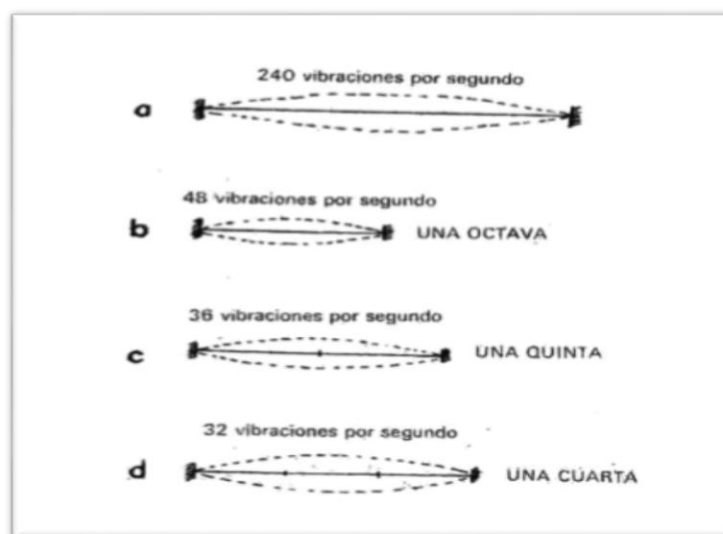
Oscilación lado izquierdo

Fuente: (Gutierrez, 2014)

De este modo, se entiende por oscilación al recorrido repetitivo, “[...] su característica principal es que al terminar vuelve a su estado inicial” (Posada, 2013, p. 18).

En cuanto al desarrollo histórico de las oscilaciones y ondas, el descubrimiento más próximo es el que hiciera Pitágoras al asociar a este como un comportamiento del fenómeno, las ondas, con “[...] una relación numérica de las longitudes de las cuerdas en los instrumentos musicales” (Murillo, Zapata, & Valencia, 2016, p. 49). Con este acercamiento se dio lugar a la *Teoría de las cuerdas*, conocida como Ley pitagórica de las cuerdas en la que se muestra el siguiente modelo:

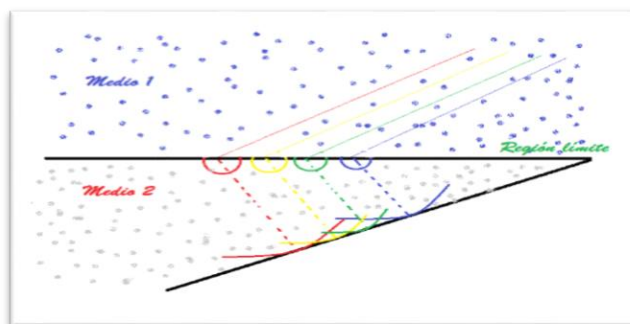
Gráfica 1.7


Fuente: Ley pitagórica de las cuerdas (Gamow, 2007, p. 2).

Con las investigaciones de Huygens, años más tarde, explicó que la retractación de la luz es una propagación de ondas. "Este principio pretende determinar cómo cada punto del frente de onda se puede representar como fuente de una nueva onda envolvente común a cada onda emitida en la posición anterior" (Murillo et al., 2016, p. 51).

Huygens demostrará este principio bajo el citado esquema en la figura 1.8 en donde las ondas son representadas por los puntos límites que tocan.

Gráfica 1.8



Fuente: Principio de Huygens

Ahora, lo que resta saber es cómo se forman las ondas. Pues, se dirá que, estas nacen a partir de elementos como el agua o el aire. En este sentido, "[...] una onda es una perturbación que se propaga desde el punto en que se produjo hacia el medio que rodea ese punto. Las ondas materiales (todas menos las electromagnéticas) requieren un medio elástico para propagarse" (Vera, 2012, p. 21).

Ejemplos de ondas que son producidas por objetos cotidianos en nuestra vida son las encontradas en los sonidos(notas) de las cuerdas musicales, las ondas radiales, las ondas de luz, las ondas que se forma en el agua por la caída de un cuerpo y otros.

Como podemos darnos cuenta, la física es una ciencia que se la estudia mediante la observación y la experimentación, utilizando un sin número de objetos y materiales que ayudan en gran medida en el proceso educativo y permiten mejorar el nivel de comprensión. Por lo tanto, teniendo en consideración que para el aprendizaje y comprensión de los diferentes temas que abarca la física, resulta de gran ayuda introducir materiales de apoyo en este proceso. El proyecto introduce materiales que apoyen la labor docente en los temas de oscilaciones y ondas.

CAPÍTULO II

2. METODOLOGÍA Y RESULTADOS

2.1 Metodología

El conocimiento de oscilaciones y ondas tiene gran importancia en los diversos campos de la vida; esto hace que el estudio de esta asignatura sea necesario y de gran valor para los estudiantes. Sin embargo, la complejidad de algunos contenidos en esta asignatura dificulta el proceso de enseñanza y por ende la comprensión de los contenidos, por lo que es necesaria la implementación de nuevas metodologías y materiales que faciliten este proceso.

Para demostrar la existencia del problema y obtener información para elaborar la propuesta, se realizó una investigación de tipo empírico de medición, que consta de una encuesta de preguntas cerradas.

Los beneficiarios de esta propuesta serán los docentes encargados de esta asignatura y por ende los estudiantes de la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca que cursen esta asignatura. Esta propuesta cuenta con una guía que facilitará el uso de estos materiales.

2.1.1 Encuesta

Para la encuesta se realizó un formulario con diez preguntas de opción múltiple, que responden a los objetivos planteados.

La población que participó en esta investigación son los estudiantes de séptimo y noveno ciclo de la carrera, inscritos en el periodo marzo – julio 2017, quienes ya aprobaron la asignatura de Oscilaciones y Ondas. Por tanto, la muestra corresponde a la población.

Se analizó cada una de las preguntas para obtener información apreciable de las dificultades en la asignatura.

Todas las tablas y gráficos son propiedad de los autores.

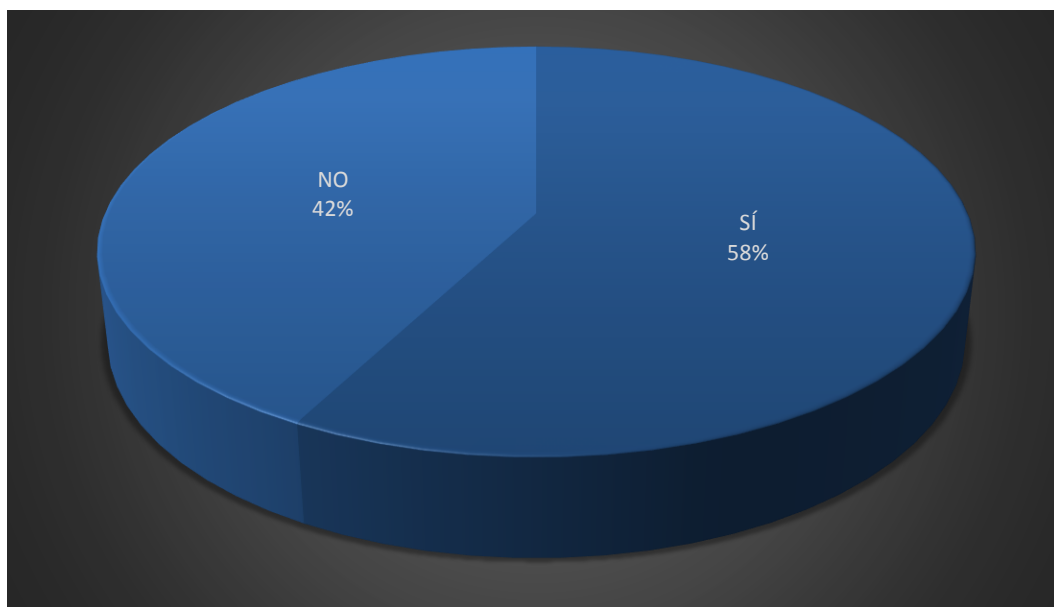
2.1.2 Cuestionario y análisis

Pregunta 1: ¿Antes de tomar la asignatura, tenía usted alguna noción acerca de Oscilaciones y Ondas?

Tabla 2.1

Noción (conocimientos previos) acerca de la asignatura.

RESPUESTA	NÚMERO DE ESTUDIANTES	PORCENTAJE
SÍ	15	58%
NO	11	42%
TOTAL	26	100%



Gráfica 2.1 *Noción (conocimientos previos) acerca de la asignatura.*

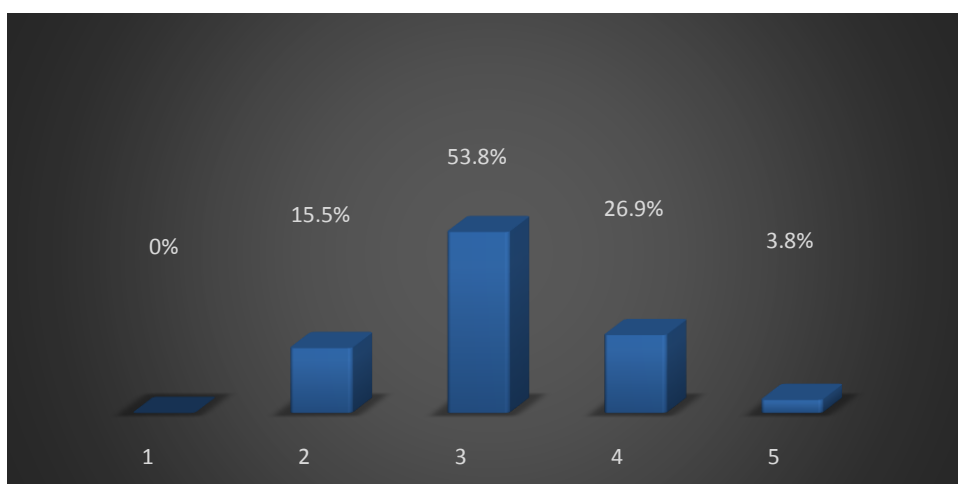
En la gráfica 2.1 se puede inferir que no todos los estudiantes tienen conocimientos previos de esta asignatura, por lo que resultaría de gran ayuda en la labor docente introducir materiales que motiven al estudiante y éste se sienta atraído visualmente a estos temas para lograr una mejor comprensión.

Pregunta 2: En una escala del uno al cinco, ¿qué nivel de comprensión considera usted que posee de la asignatura Oscilaciones y Ondas? Marque la respuesta, siendo 5 la más alta y 1 la más baja.

Tabla 2.2

Nivel de comprensión de la asignatura.

NIVEL	NÚMERO DE ESTUDIANTES	PORCENTAJE
1	0	0%
2	4	15.5%
3	14	53.8%
4	7	26.9%
5	1	3.8%
TOTAL	26	100%



Gráfica 2.2 *Nivel de comprensión de la asignatura.*

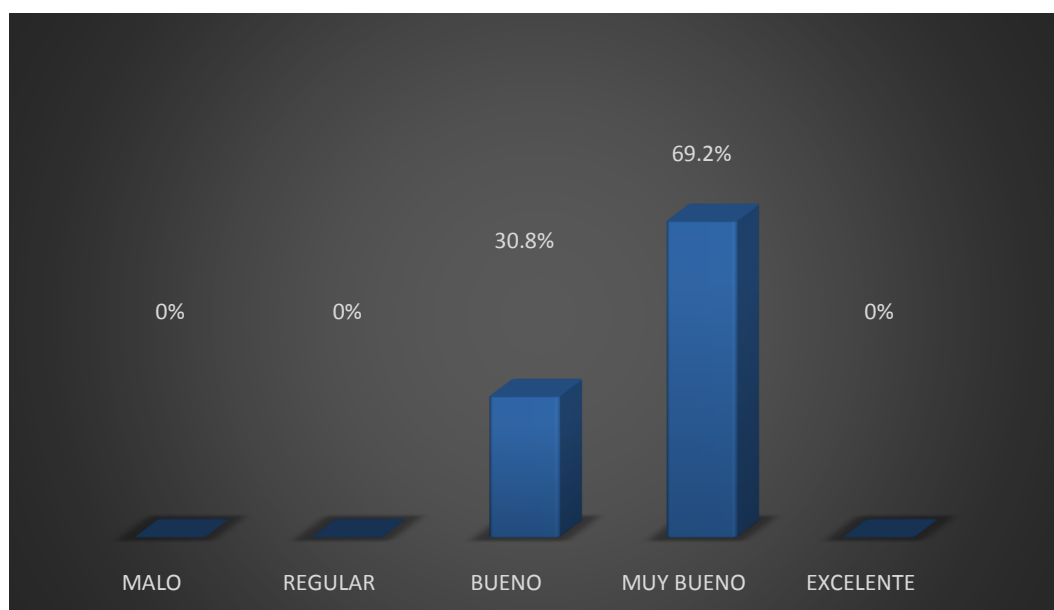
Luego de revisar la tabla 2.2 y la gráfica 2.2, al analizar los datos obtenidos podemos manifestar que los niveles de comprensión de esta asignatura en los estudiantes se encuentran en el rango 3-4 que se considera intermedio y medio alto, respectivamente. Con estos datos se evidencia de manera clara, la falta de comprensión de la asignatura, por lo que buscar nuevos recursos para la enseñanza permitirían mejorar esta carencia.

Pregunta 3: Con respecto a las evaluaciones (teóricas y prácticas) en Oscilaciones y Ondas, ¿cómo calificaría usted su desempeño?

Tabla 2.3

Desempeño en evaluaciones.

DESEMPEÑO	NÚMERO DE ESTUDIANTES	PORCENTAJE
MALO	0	0%
REGULAR	0	0%
BUENO	8	30.8%
MUY BUENO	18	69.2%
EXCELENTE	0	0%
TOTAL	26	100%



Gráfica 2.3 *Desempeño en evaluaciones.*

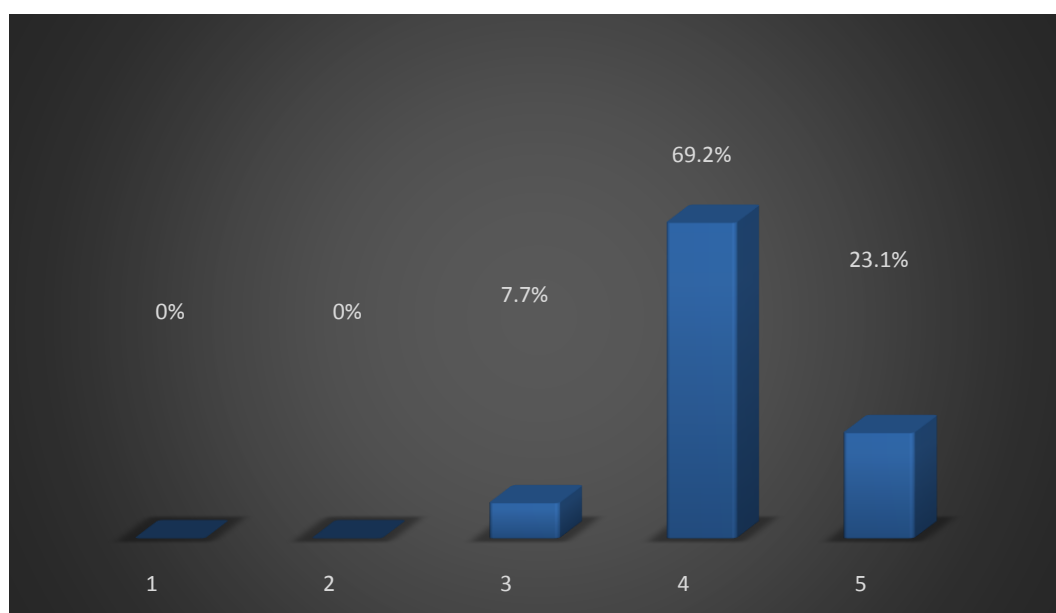
Los resultados procesados sobre el desempeño de los estudiantes en las evaluaciones indican que un 30.8% de ellos consideran tener un buen desempeño y un 69.2% señala que su desempeño es muy bueno, cabe indicar que ningún estudiante considera que su desempeño sea excelente. De esta manera se concluye que el desempeño en la asignatura se mantiene en un término medio.

Pregunta 4: ¿Según su criterio y con lo observado dentro del aula, qué nivel de retención y retroalimentación generaría el uso de material didáctico para el desarrollo de cada tema?

Tabla 2.4

Nivel de retención y retroalimentación con el uso de material didáctico.

NIVEL	NÚMERO DE ESTUDIANTES	PORCENTAJE
1	0	0%
2	0	0%
3	2	7.7%
4	18	69.2%
5	6	23.1%
TOTAL	26	100%



Gráfica 2.4 *Nivel de retención y retroalimentación con el uso de material didáctico*

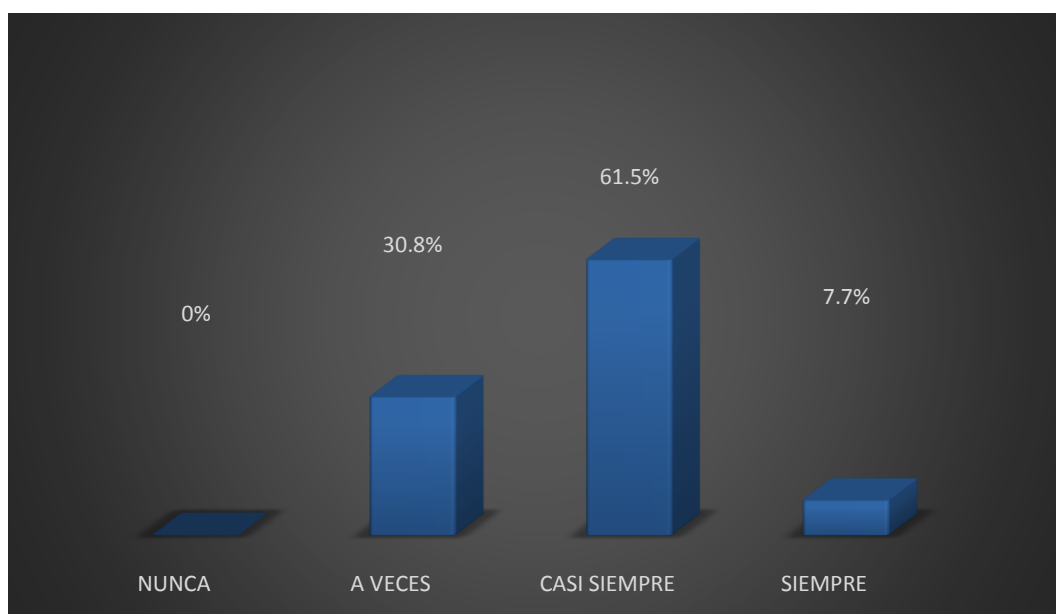
Como podemos verificar en la gráfica, la mayoría de los encuestados, 69.2% y 23.1%, sostienen que su nivel de retención y retroalimentación en la asignatura mejoraría si se utilizase material didáctico.

Pregunta 5: ¿Las clases impartidas por el docente de la asignatura resultaron entendibles para usted?

Tabla 2.5

Frecuencia con la que se entendían las clases impartidas por el docente.

FRECUENCIA	NÚMERO DE ESTUDIANTES	PORCENTAJE
NUNCA	0	0%
A VECES	8	30.8%
CASI SIEMPRE	16	61.5%
SIEMPRE	2	7.7%
TOTAL	26	100%



Gráfica 2.5 *Frecuencia con la que se entendían las clases impartidas por el docente.*

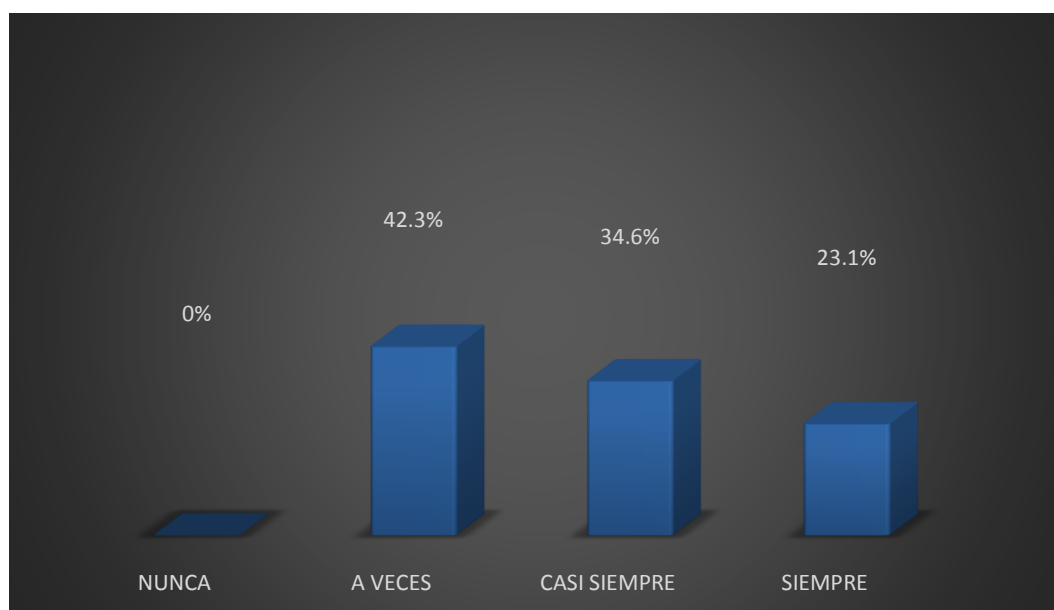
Según los resultados obtenidos, podemos inferir que no siempre se lograba entender a cabalidad las clases impartidas por el docente, ya que algunos estudiantes, 30.8% y 61.5% no siempre las comprendían; por lo que el introducir material didáctico ayudaría de gran manera en este proceso.

Pregunta 6: El docente encargado de la asignatura, ¿aplicó material didáctico para impartir la clase?

Tabla 2.6

Frecuencia con la que se utilizó material didáctico en las clases.

FRECUENCIA	NÚMERO DE ESTUDIANTES	PORCENTAJE
NUNCA	0	0%
A VECES	11	42.3%
CASI SIEMPRE	9	34.6%
SIEMPRE	6	23.1%
TOTAL	26	100%



Gráfica 2.6 *Frecuencia con la que se utilizó material didáctico en las clases.*

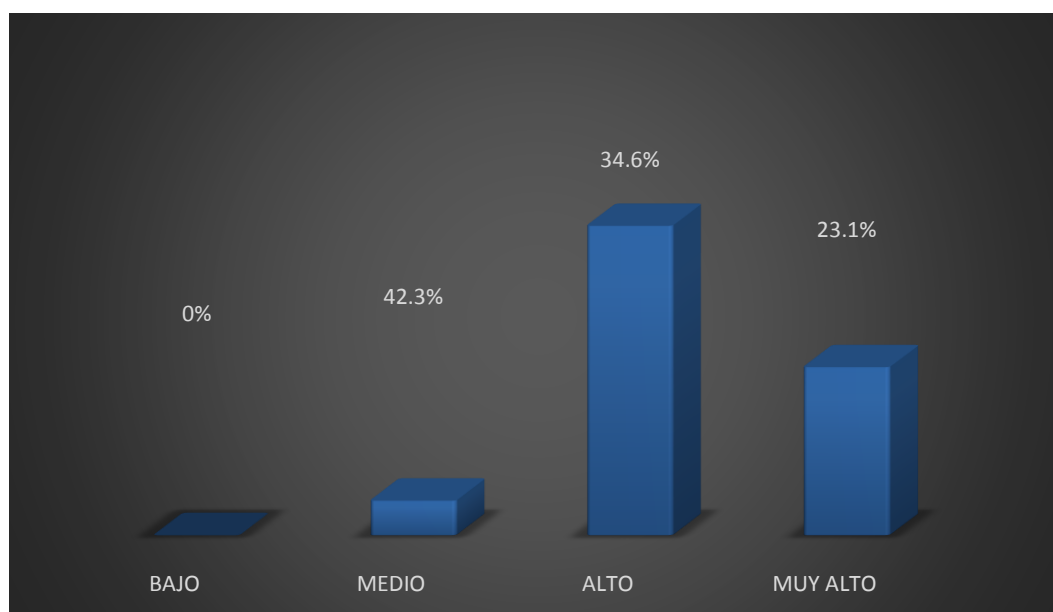
Después de analizar los resultados de esta pregunta, podemos inferir que no existe el suficiente material didáctico en el laboratorio, ya que, según el criterio de los estudiantes, 42.3% a veces y 34.6% casi siempre, el docente no siempre utilizó material para explicar los contenidos de oscilaciones y ondas.

Pregunta 7: ¿Cuál considera que es el nivel de complejidad que poseen los contenidos de Oscilaciones y Ondas?

Tabla 2.7

Nivel de complejidad de la asignatura.

NIVEL	NÚMERO DE ESTUDIANTES	PORCENTAJE
BAJO	0	0%
MEDIO	2	7.7%
ALTO	18	69.2%
MUY ALTO	6	23.1%
TOTAL	26	100%



Gráfica 2.7 *Nivel de complejidad de la asignatura.*

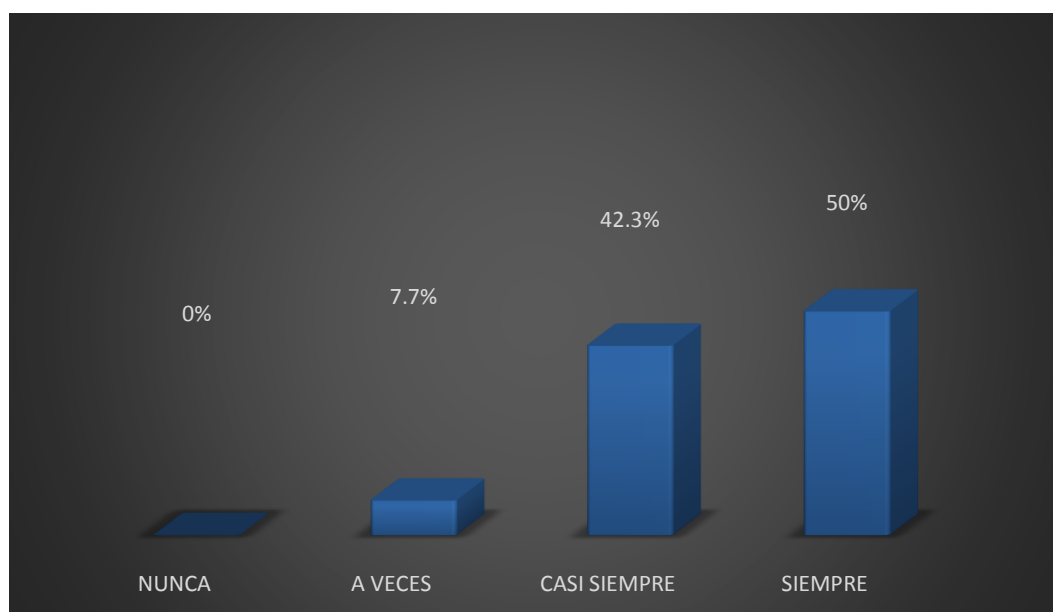
Según los datos obtenidos en la gráfica superior, el criterio de los estudiantes sobre la complejidad de los contenidos de esta asignatura es alto 34.6%; por consecuencia introducir materiales que ayuden en este proceso son necesarios y de gran ayuda.

Pregunta 8: ¿Considera usted que es necesario utilizar material didáctico para mejorar la comprensión de los diferentes contenidos de Oscilaciones y Ondas?

Tabla 2.8

Utilizar material didáctico mejora la comprensión de los contenidos.

FRECUENCIA	NÚMERO DE ESTUDIANTES	PORCENTAJE
NUNCA	0	0%
A VECES	2	7.7%
CASI SIEMPRE	11	42.3%
SIEMPRE	13	50%
TOTAL	26	100%



Gráfica 2.8 *Utilizar material didáctico mejora la comprensión de los contenidos.*

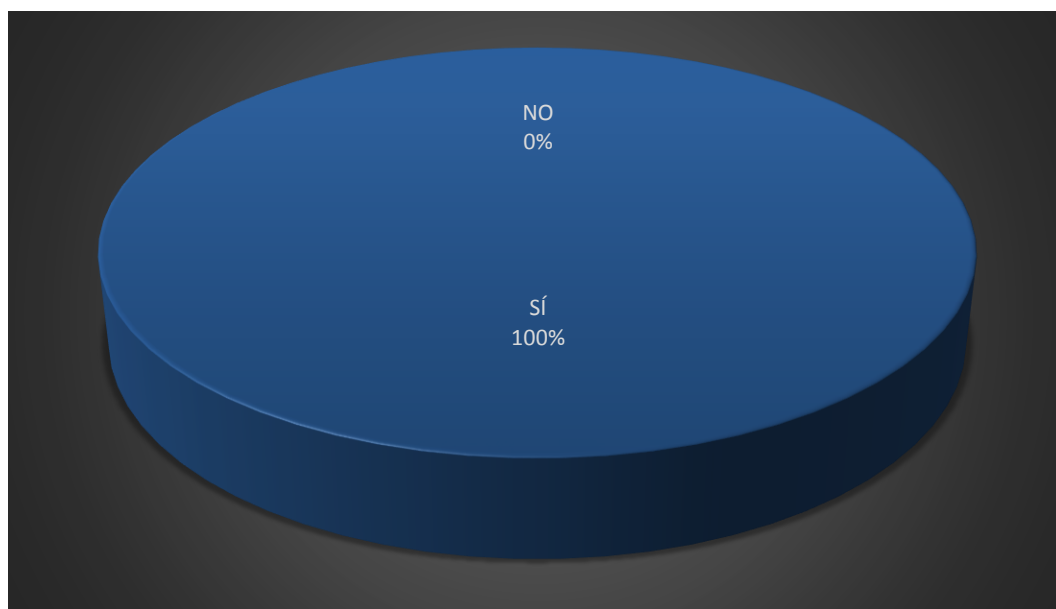
Al analizar las respuestas de esta pregunta, es evidente que a criterio de la mayoría de los estudiantes, el uso de material didáctico para explicar los contenidos serviría de mucha ayuda para elevar el nivel de comprensión de los contenidos.

Pregunta 9: ¿Cree que mejoraría la comprensión y el aprendizaje de Oscilaciones y Ondas a partir del uso de diferentes materiales didácticos?

Tabla 2.9

Usar material didáctico mejora la comprensión y el aprendizaje de la asignatura.

RESPUESTA	NÚMERO DE ESTUDIANTES	PORCENTAJE
SÍ	26	100%
NO	0	0%
TOTAL	26	100%



Gráfica 2.9 *Usar material didáctico mejora la comprensión y el aprendizaje de la asignatura.*

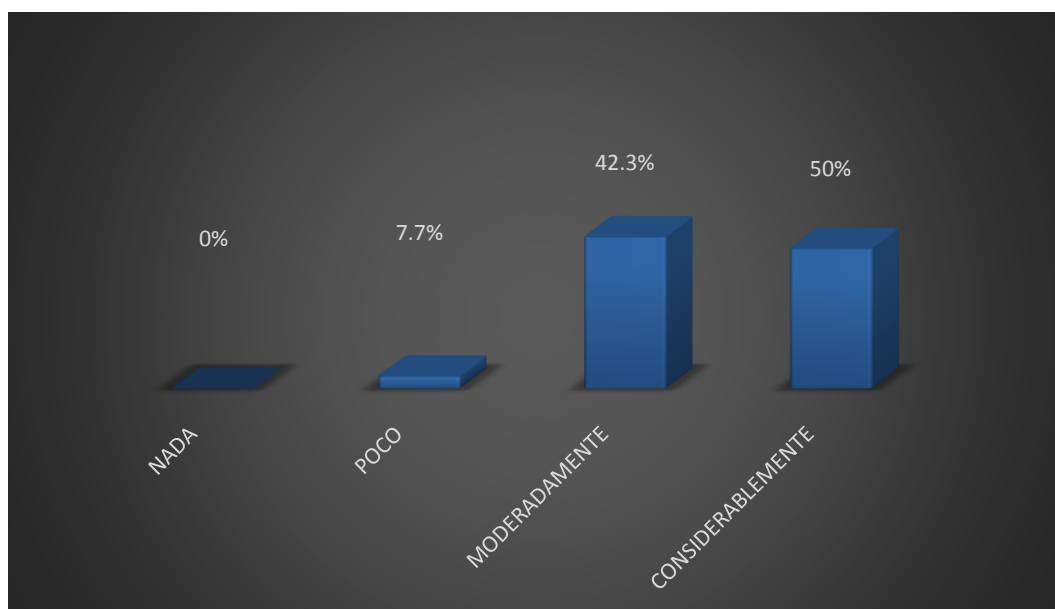
Todos los estudiantes encuestados creen que el uso de material didáctico mejoraría la comprensión y el aprendizaje de los contenidos de Oscilaciones y Ondas.

Pregunta 10: ¿Cree usted que el uso de material didáctico por parte del docente le ayudaría a mejorar la comprensión de los contenidos de Oscilaciones y Ondas a los estudiantes?

Tabla 2.10

Nivel de mejoría en la comprensión de los contenidos con el uso de material didáctico en clases.

NIVEL	NÚMERO DE ESTUDIANTES	PORCENTAJE
NADA	0	0%
POCO	1	3.8%
MODERADAMENTE	13	50%
CONSIDERABLEMENTE	12	46.2%
TOTAL	26	100%



Gráfica 2.10 *Nivel de mejoría en la comprensión de los contenidos con el uso de material didáctico en las clases.*

Al analizar los resultados de esta pregunta, podemos inferir que el criterio de la mayoría de los estudiantes coincide con los planteados en esta propuesta, ya que se sostiene que los materiales ayudarán en el fortalecimiento del aprendizaje y la comprensión de los contenidos impartidos por el docente.

2.2 Resultados

El estudio de Oscilaciones y Ondas requiere de materiales que faciliten el aprendizaje, que ayuden al estudiante a comprender los fenómenos de la naturaleza impartidos en esta asignatura, pero asimilándolos y comparándolos con materiales tangibles y manipulables que ayuden a comprender los conceptos de una manera fácil y dinámica.

Los estudiantes encuestados en la encuesta, pregunta siete, afirman que el estudio de esta asignatura es difícil y que el no contar con suficiente material para explicar estos contenidos dificulta aún más este proceso, por lo que introducir materiales para ayudar en la labor docente serían de gran ayuda en este proceso de aprendizaje y de esta manera se elevaría el nivel de comprensión de los contenidos de Oscilaciones y Ondas.

En definitiva, luego de analizar todos los resultados, se llega a la conclusión de que el criterio de la mayoría de los estudiantes concuerda con los objetivos planteados en este proyecto, por lo que la propuesta implementa los recursos que se cree elevarán la comprensión de los contenidos y también incluye una guía para el docente, que facilitará su uso.

CAPÍTULO III

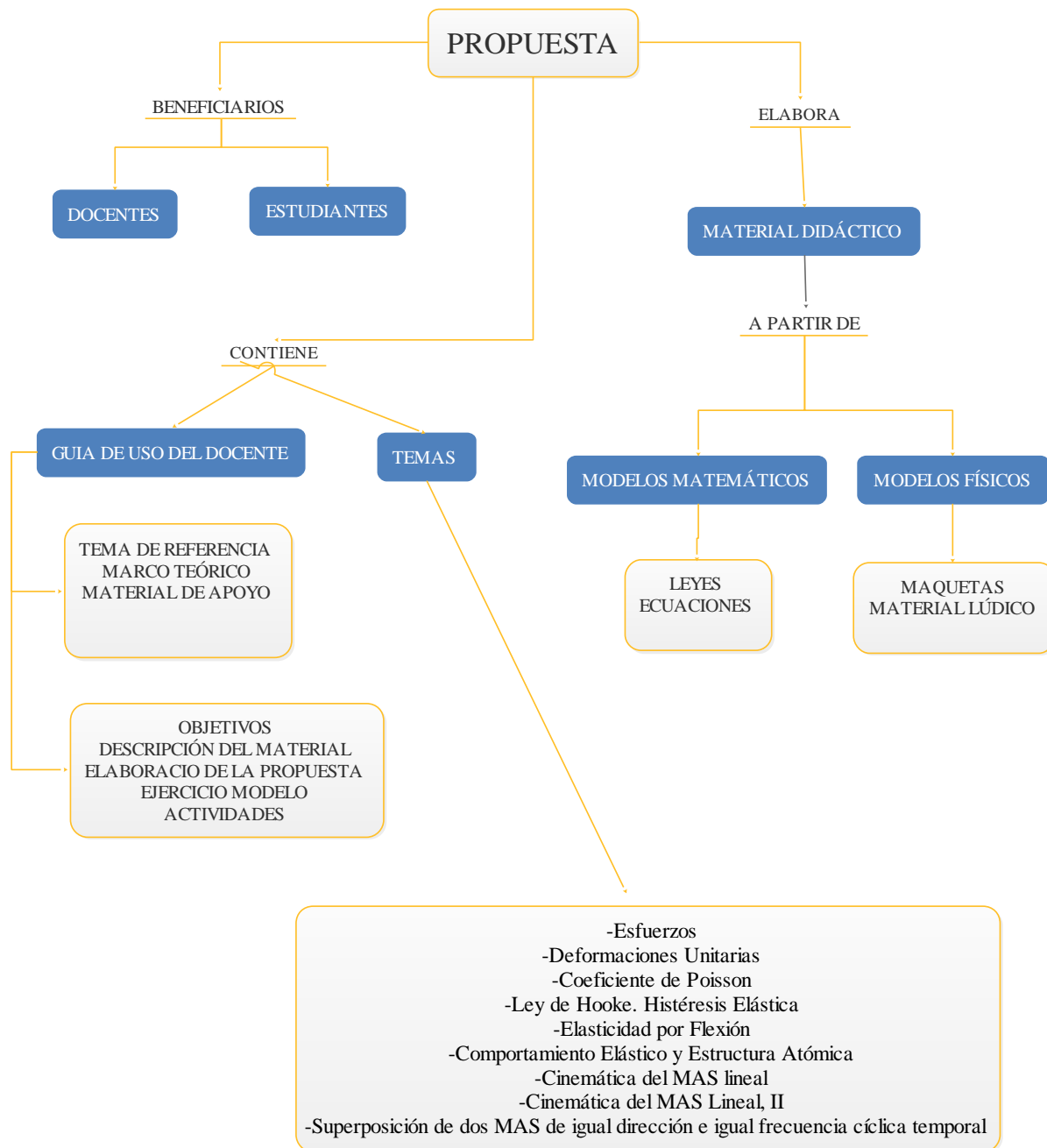
3. PROPUESTA

En este capítulo se desarrolla la propuesta: “RECURSOS DIDÁCTICOS PARA ELASTICIDAD, MOVIMIENTO OSCILATORIO, ONDAS Y ACÚSTICA DE LA ASIGNATURA DE OSCILACIONES Y ONDAS “, elaborado con el fin de servir de ayuda al docente en la enseñanza de los diferentes contenidos de la asignatura Oscilaciones y Ondas de la carrera de Matemáticas y Física. Apegados a las nuevas tendencias en la educación, se pretende que el estudiante sea capaz de asimilar los conocimientos impartidos por el docente mediante una serie de materiales didácticos que le ayudarán a relacionar lo abstracto y lo concreto de la materia, logrando así un aprendizaje significativo, es decir, que los estudiantes sean capaces de comprender y elaborar su propio conocimiento.

Esta propuesta dirigida para los docentes y como complemento para el libro del Dr. Santiago AVECILLAS, abarca una serie de contenidos de la asignatura Oscilaciones y Ondas: Esfuerzos, Deformaciones Unitarias, Coeficiente de Poisson, Ley de Hooke - Histéresis Elástica, Elasticidad por Flexión, Comportamiento Elástico y Estructura Atómica, Cinemática del MAS lineal, Superposición de dos MAS de igual dirección e igual frecuencia cíclica temporal; donde se incluye una guía de uso de los diferentes materiales didácticos. La guía está estructurada de la siguiente manera: nombre del material didáctico, aspectos teóricos, contenidos específicos de acuerdo al material, descripción de las partes del material didáctico, instrucciones de uso, ejercicios modelo y actividades propuestas, que son propuestas para que el docente las aplique a los estudiantes.

3.1 Esquema de la Propuesta

Gráfica 3.1 Esquema de la propuesta





UNIVERSIDAD DE CUENCA

FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

CARRERA DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA

GUÍA DE USO



**“RECURSOS DIDÁCTICOS PARA ELASTICIDAD,
MOVIMIENTO OSCILATORIO, ONDAS Y ACÚSTICA DE LA
ASIGNATURA DE OSCILACIONES Y ONDAS”**

CUENCA - 2017

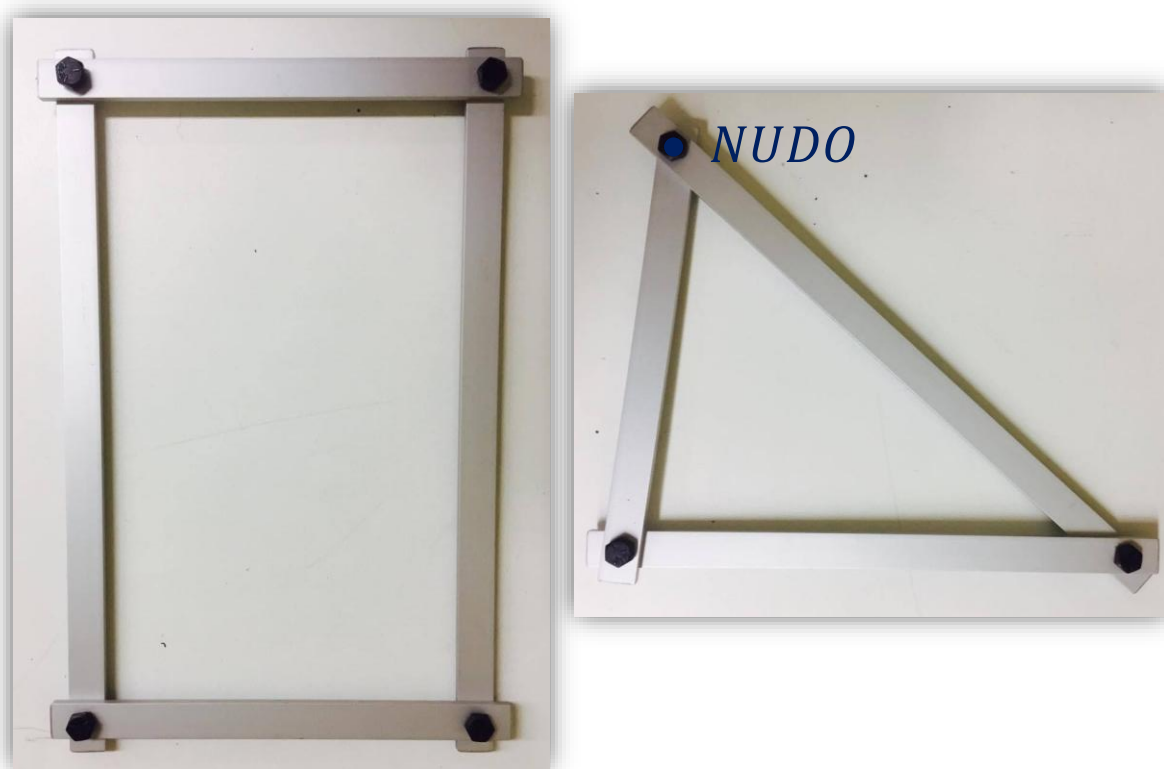
GUIA PARA EL DOCENTE**NOMBRE DEL MATERIAL DIDÁCTICO****PUENTE****TEMA DE REFERENCIA****ESTRUCTURAS**

OBJETIVOS: Conocer y aprender este concepto y su clasificación. Aplicarlo a la resolución de las actividades propuestas.

Procedimiento:

- a) Descripción del material didáctico

Gráfica 3.2 *Cuerpos indeformables*



Grafica 3.3 *Puente*Grafica 3.4 *Puente*

Tabla 3.1

DESCRIPCIÓN				
ELEMENTO	MATERIAL	COLOR	CANTIDAD	REPRESENTA
Platina	Aluminio	Plomo	7	Cuerpos deformables e indeformables
Platina	Hierro	Negro	24	Estructura de un puente
Ángulo	Hierro	Negro	6	Barandas
Plataforma	Madera	Natural	1	Base – puente
Bases	Madera	Natural	2	Apoyo
Pernos	Hierro	Negro	26	Uniones (nodos)

b) Presentar el material en clase, figuras: triángulo, cuadrado y puente.

Presentar en primer lugar los recursos de la gráfica 3.2 el rectángulo y luego el triángulo. Luego de manipular e indicar que su construcción es de platinas de aluminio, demostrar que en el primer recurso los lados son fácilmente movibles (deformables). Luego intentar este mismo efecto en el triángulo, demostrando que no es posible, ya que la célula de tres platinas es la única figura indeformable, razón por la cual es la más utilizada en el diseño y construcción de armaduras. Luego armar el puente, figuras 3.3 y 3.4: en primer lugar, poner los apoyos de madera a una distancia igual a la del largo de la estructura del puente, luego procedemos a colocar la base sobre la estructura del puente. Luego indicar que el puente está compuesto por una armadura que en este caso está compuesto por platinas(hierro) o estructuras que pueden soportar grandes fuerzas internas y externas. Seleccione un estudiante quien subirá al puente y demostrará la fortaleza de la estructura al resistir su peso(fuerza).

Las armaduras simples se obtienen utilizando la semilla o celda-base triangular, e incrementando las platinas de dos en dos. En estos casos la relación entre el número de platinas y de nudos es:

$$p = 2n - 3$$

Por lo que se comprobará contando las platinas y los nodos del puente, luego se comprobará con la relación dada.

Platinas = 19

Nodos = 11

Generar una relación entre aplicar una fuerza a la superficie de un cuerpo y el concepto de esfuerzo, sus diferentes inclinaciones al aplicar la fuerza y los tipos de esfuerzos (compresor o tractor), luego relaciónela con las siguientes ecuaciones de esfuerzo:

$$\xi = \frac{F}{S}$$

$$\xi_T = \frac{F_T}{S'} = \frac{F \text{ Sen } \theta}{S'}$$

$$\xi_N = \frac{F_N}{S'} = \frac{F \text{ Cos } \theta}{S'}$$

$$S' = \frac{S}{\text{Cos } \theta}$$

- c) Como ejemplo práctico solicitar a los estudiantes realizar el siguiente ejercicio:
- Analice los esfuerzos que actúan en la gráfica 3.5, e indique qué estructura actúa a tracción y cual a compresión.

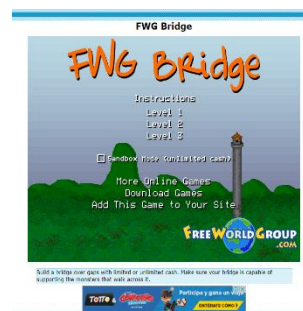
Gráfica 3.5



Respuesta: En la estructura 1 actúa un esfuerzo a tracción y en la estructura 2 actúa un esfuerzo a compresión.

JUEGOS

http://www.physicsgames.net/game/FWG_Bridge.html



➤ **Ejercicio modelo:** Una viga cilíndrica de 20 cm de radio transmite una fuerza de 35 000 N. Determine los esfuerzos que soporta una sección oblicua inclinada 45°.



Solución:

$$\xi_N = \frac{F_N}{S'} = \frac{350\,000 \cos 45}{\frac{\pi \cdot 0,2^2}{\cos 45}}$$

Respuesta $\xi_N = 139\,260,575\text{ Pa}$

$$\xi_T = \frac{F_T}{S'} = \frac{350\,000 \sin 45}{\frac{\pi \cdot 0,2^2}{\cos 45}}$$

Respuesta $\xi_T = 139\,260,575\text{ Pa}$



Actividad propuesta: ¿Qué inclinación θ ha de tener una sección transversal para que el esfuerzo normal sea dos veces el esfuerzo tangencial?

$$1) \xi_N = \frac{F \cos \theta}{S'}$$

$$2) \xi_N = 2\xi_T$$

$$3) \xi_T = \frac{F \sin \theta}{S'}$$

$$2 \text{ en } 1 \quad 2\xi_T = \frac{F \cos \theta}{S'}$$

$$4) \xi_T = \frac{F \cos \theta}{2S'}$$

$$3 \text{ y } 4 \quad \frac{F \sin \theta}{S'} = \frac{F \cos \theta}{2S'}$$

$$\frac{\sin \theta}{1} = \frac{\cos \theta}{2}$$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{1}{2} \quad \text{ó} \quad \tan \theta = \frac{1}{2} \quad \text{luego} \quad \theta = \tan^{-1} \frac{1}{2}$$

Respuesta $\theta = 26,565\,051^\circ$

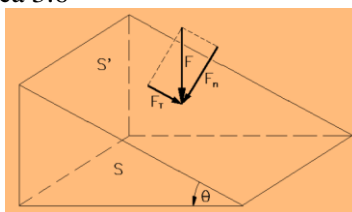
Marco teórico

ESTRUCTURAS

El esfuerzo es el primer concepto relacionado con la elasticidad de los cuerpos y se define como la fuerza por unidad de superficie que soporta o se aplica sobre un cuerpo, es decir, es la relación entre la fuerza aplicada y la superficie en la cual se aplica. Las unidades de esfuerzo se definen como la unidad de fuerza dividida por la unidad de superficie, y se expresan en $\frac{N}{m^2}$ (Newton por metro cuadrado) unidad que recibe el nombre de pascal (Pa).

Una fuerza al actuar en una superficie inclinada, se descompone en dos componentes una normal y otra tangencial y esta descomposición da lugar a las componentes del esfuerzo denominadas normal y tangencial; ya que el esfuerzo es un vector y como tal puede descomponerse, como se ve en la gráfica 3.6.

Gráfica 3.6



El análisis de una armadura se basa en el hecho de que si ésta, como cuerpo rígido, se encuentra en equilibrio, cada nodo debe también estarlo, y por lo mismo podemos hacer uso de los diagramas de cuerpo libre y plantear 2n ecuaciones para resolver el sistema, empezando por un nudo en el que intervengan solamente dos incógnitas, las cuales pueden resolverse por las condiciones de equilibrio; estos resultados se transfieren a los nudos cercanos.

Gráfica 3.7



MATERIAL COMPLEMENTARIO

<http://www.areatecnologia.com/EJERCICIOS%20SOBRE%20ESTRUCTURAS>

GUIA PARA EL DOCENTE

NOMBRE DEL MATERIAL DIDÁCTICO

APARATOS PARA DEFORMACIÓN LINEAL, SUPERFICIAL Y VOLUMÉTRICA

TEMA DE REFERENCIA

DEFORMACIONES UNITARIAS

OBJETIVOS: Conocer y aprender este concepto y su clasificación. Aplicarlo a la resolución de las actividades propuestas.

Procedimiento:

- a) Descripción del material didáctico

Gráfica 3.8 *Aparato para deformación lineal*



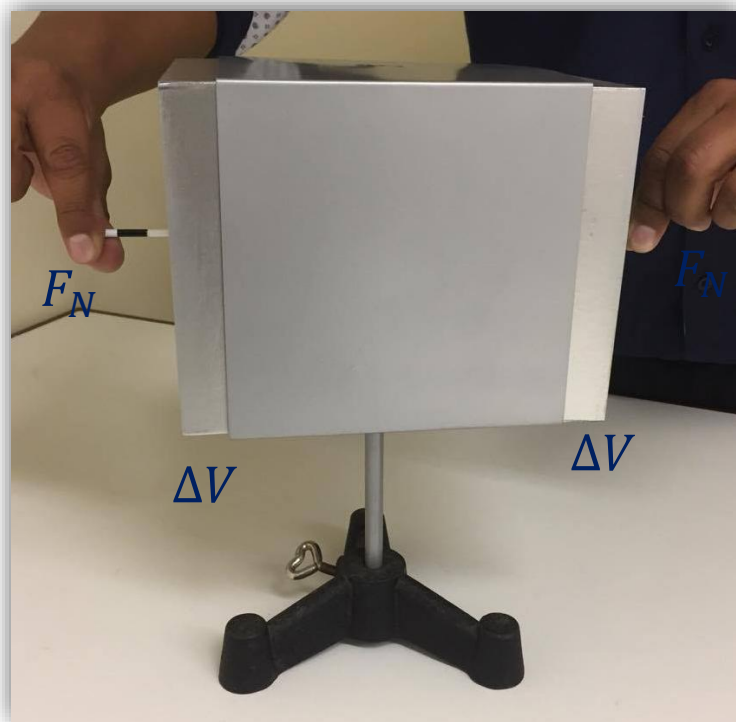
Gráfica 3.9 *Aparato para deformación Superficial*Gráfica 3.10 *Aparato para deformación volumétrica*

Tabla 3.2

DESCRIPCIÓN				
ELEMENTO	MATERIAL	COLOR	CANTIDAD	REPRESENTA
Varilla deformable	Aluminio	Natural	2	Deformación unitaria de longitud
Superficie deformable	Zinc	Natural	1	Deformación unitaria de superficie
	Madera	Natural	1	
	Hierro	Natural	1	
Resortes	Alambre	Natural	2	
Cubo deformable	Zinc	Natural	1	Deformación unitaria de volumen
	Madera	Natural	1	
	Hierro	Natural	1	
Resortes	Alambre	Natural	2	

b) Presentar el material didáctico de las gráficas 3.8, 3.9 y 3.10 en la clase: primero indicar la varilla y tomarla de los extremos y someterla a un esfuerzo que la deformará visiblemente, así demostraremos la deformación que sufre dicho cuerpo. Luego realizamos el mismo procedimiento con los demás materiales, demostrando la deformación lineal, superficial y volumétrica de los cuerpos.

c) Indicar a los estudiantes lo que sucede al someter un cuerpo a algún tipo de esfuerzo. Relacionar con deformaciones en las que la variación de las dimensiones de su cuerpo son las más notorias y son producidas por los esfuerzos normales. Destacar que existen tres cambios de dimensión importantes como son: las variaciones de longitud (ΔL), las variaciones de superficie (ΔS) y las variaciones de volumen (ΔV).

d) Explicar cómo se obtiene la relación de deformación unitaria y sus cambios de dimensión y relacionarlo con las siguientes ecuaciones:

I. Deformación unitaria de longitud:

$$DUL = \frac{\Delta L}{L_1} = \frac{L_2 - L_1}{L_1}$$

II. Deformación unitaria de superficie:

$$DUS = \frac{\Delta S}{S_1} = \frac{S_2 - S_1}{S_1}$$

III. Deformación unitaria de volumen:

$$DUV = \frac{\Delta V}{V_1} = \frac{V_2 - V_1}{V_1}$$

e) Como repaso preguntar a los estudiantes lo siguiente:

- Analice que le sucede a un cuerpo sometido a un esfuerzo:

Respuesta: sufre algún tipo de deformación, normalmente muy pequeña.

➤ **Ejercicio modelo:** Un alambre de 0,2 m está sometido a un incremento de temperatura que le genera un alargamiento de 0,002 39 m. Determine la DUL que sufre el alambre.

**Solución:**

$$\Delta L = 0,002\ 39\ m$$

$$L_1 = 0,2\ m$$

$$DUL = \frac{\Delta L}{L_1} = \frac{0,002\ 39}{0,2}$$

Respuesta DUL= 0,011 95



Actividad propuesta: ¿Cuál es la DUV que sufre un cubo de 7 m de lado que ha sido comprimido hasta que su volumen disminuya un 10%?

Solución:

El volumen inicial es $V_1 = l_1^3 = 7^3 = 343 \text{ m}^3$. Su 10% es $34,3 \text{ m}^3$

$$V_2 = 343 - 34,3 = 308,7 \text{ m}^3$$

entonces:

$$DUV = \frac{V_2 - V_1}{V_1} = \frac{308,7 - 343}{343}$$

Respuesta DUV= - 0,1

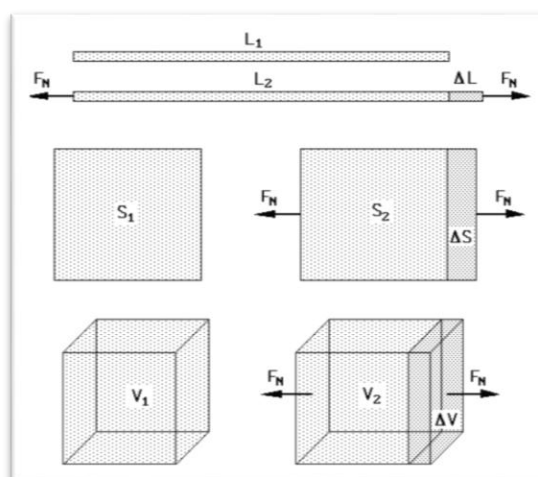
NOTA: el signo negativo indica que ha disminuido el volumen del cuerpo deformado.

Marco teórico

DEFORMACIONES UNITARIAS

Cuando se aplica una fuerza a un cuerpo, este tiende a cambiar la forma y el tamaño produciendo un alargamiento o una contracción, a este cambio se le llama deformación y es casi invisible para el ojo humano.

Gráfica 3.11



A la deformación unitaria la definiremos como el cociente entre el cambio de dimensión Δ (longitud, superficie o volumen) y la dimensión inicial y es producida por los esfuerzos normales.

La deformación unitaria es una cantidad adimensional, ya que es una relación entre longitudes.

MATERIAL COMPLEMENTARIO

<http://fisica2013-2.blogspot.com/2013/12/deformacion-unitaria.html>

GUIA PARA EL DOCENTE

NOMBRE DEL MATERIAL DIDÁCTICO

VARILLA DE POISSON

TEMA DE REFERENCIA

COEFICIENTE DE POISSON

OBJETIVOS: Conocer y aprender este concepto y su relación con los módulos elásticos. Aplicarlo a la resolución de las actividades propuestas.

Procedimiento:

a) Material didáctico

Gráfica 3.12 Coeficiente de Poisson



Tabla 3.3

DESCRIPCIÓN				
ELEMENTO	MATERIAL	COLOR	CANTIDAD	REPRESENTA
Resortes	Metal	Natural	2	Estiramiento
Cilindro	Hierro	Plomo	2	Alargamiento
Cilindro hueco	Hierro	Plomo	1	Varilla

b) Usar el material didáctico realizado para esta clase. Indicar a los estudiantes que representa a una varilla cilíndrica de radio R_1 y una altura L_1 a la cual vamos a aplicar una fuerza de tracción en sus extremos, lo que generará una deformación y por lo tanto un alargamiento de su longitud y la disminución de su radio. La razón entre estos fenómenos es la que hace referencia al coeficiente de Poisson que se le conoce también como “módulo de compresión transversal”, su símbolo es p y es un número adimensional.

c) Explicar que este coeficiente se obtiene a partir de la siguiente relación:

$$p = -\frac{DUR}{DUL} = -\frac{L_1 \Delta R}{R_1 \Delta L}$$

En donde:

DUR: Deformación unitaria de radio

DUL: Deformación unitaria de longitud

p : coeficiente de Poisson, menor o igual a $1/2$

También lo relacionamos con otros módulos elásticos:

$$p = \frac{Y}{2G} - 1 = \frac{3C - Y}{6C}$$

En donde:

Y : módulo de Young

G : módulo de rigidez

C : módulo de compresibilidad

d) Como repaso preguntar a los estudiantes si las siguientes preguntas son verdaderas o falsas y la razón de por qué lo son o no.

- El coeficiente de Poisson:
 - i. Se expresa en Pascales.
 - ii. Relaciona las variaciones de L y de R.
 - iii. Puede ser mayor que uno.
 - iv. Tiene relación con los módulos elásticos.
 - v. Puede ser negativo.

Respuestas: i= falso; ii= verdadero; iii= falso; iv= verdadero; v=verdadero.

➤ **Ejercicio modelo:** a) Determine la DUR de una varilla de plomo, de 4 m de largo y 0,04 m de radio, que es estirada 0,02 m. b) ¿Cuál será su nuevo radio?



Solución:

Primero se debe determinar el coeficiente de Poisson:

Módulo de Young del plomo = $1,59E10$

Módulo de Compresibilidad del plomo = $7,84E09$

$$p = \frac{3C - Y}{6C} = \frac{3 * 7,84E09 - 1,59E10}{6 * 7,84E09} = 0,162$$

Luego:

$$a) DUR = -p * DUL = -0,162 * \frac{\Delta L}{L_1} = -0,162 * \frac{0,02}{4}$$

Respuesta $DUR = -8,1E-4$

$$b) DUR = \frac{R_2 - R_1}{R_1}$$

$$R_2 = R_1 DUR + R_1 = 0,04(-8,1E-4) + 0,04$$

Respuesta $R_2 = 0,039\ 968\ m$



Actividad propuesta: Un material posee un módulo de Young de $8E^{10} Pa$ y un módulo de compresibilidad de $5E^{10}Pa$. Si tenemos un alambre de 0,3 m de longitud de dicho material, calcule el coeficiente de Poisson del material.

Solución: aplicando la siguiente relación tenemos:

$$Y= 8E10$$

$$C=5E10$$

$$p = \frac{3C - Y}{6C}$$

$$p = \frac{3 * 5E10 - 8E10}{6 * 5E10}$$

$$p = \frac{7E10}{3E11}$$

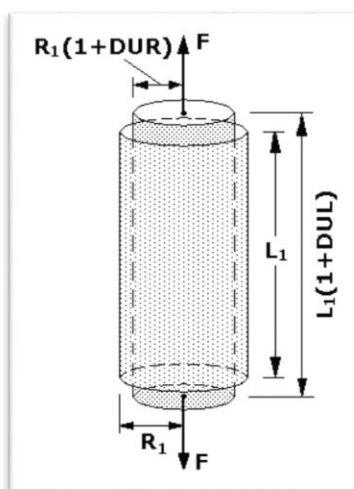
Respuesta $p = \frac{7}{30}$

Marco teórico

Coeficiente de Poisson

Se denomina también “Módulo de compresión transversal” y se define como la razón entre la deformación unitaria de radio, DUR , que sufre una varilla cilíndrica sometida a tracción y la correspondiente deformación unitaria de longitud, DUL , el mismo que es un “número adimensional”, menor o igual a $1/2$. Para demostrar esto consideremos un elemento en forma de cilindro de radio R_1 y altura L_1 en el seno de la varilla que va a someterse a tracción. Una vez aplicada la tracción al material, el cilindro considerado se deforma: la altura, que es paralela a la recta directriz de la fuerza de tracción, sufre un alargamiento unitario DUL , en tanto que el radio, que es perpendicular a la misma, sufre una disminución unitaria DUR .

Gráfica 3.13



MATERIAL COMPLEMENTARIO

<https://www.taringa.net/posts/ciencia-educacion/8211001/Modulo-de-Poisson.html>

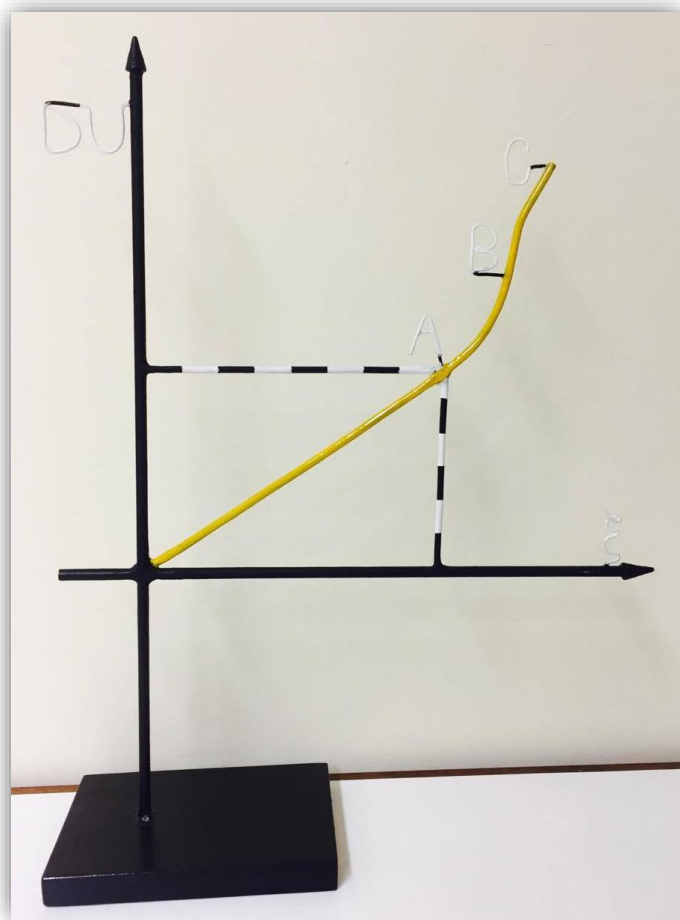
GUIA PARA EL DOCENTE**NOMBRE DEL MATERIAL DIDÁCTICO****GRÁFICA $DU - \xi$** **TEMA DE REFERENCIA****LEY DE HOOKE. HISTÉRESIS ELÁSTICA**

OBJETIVOS: Conocer y aprender estos conceptos del mundo de la elasticidad, su comportamiento y consecuencias en la clasificación de los materiales. Desarrollar las actividades propuestas.

Procedimiento:

- a) Descripción del material didáctico

Gráfica 3.14 diagrama de elasticidad $\xi - DU$



Gráfica 3.15 curva ξ –DU para el diagrama completo de elasticidad.

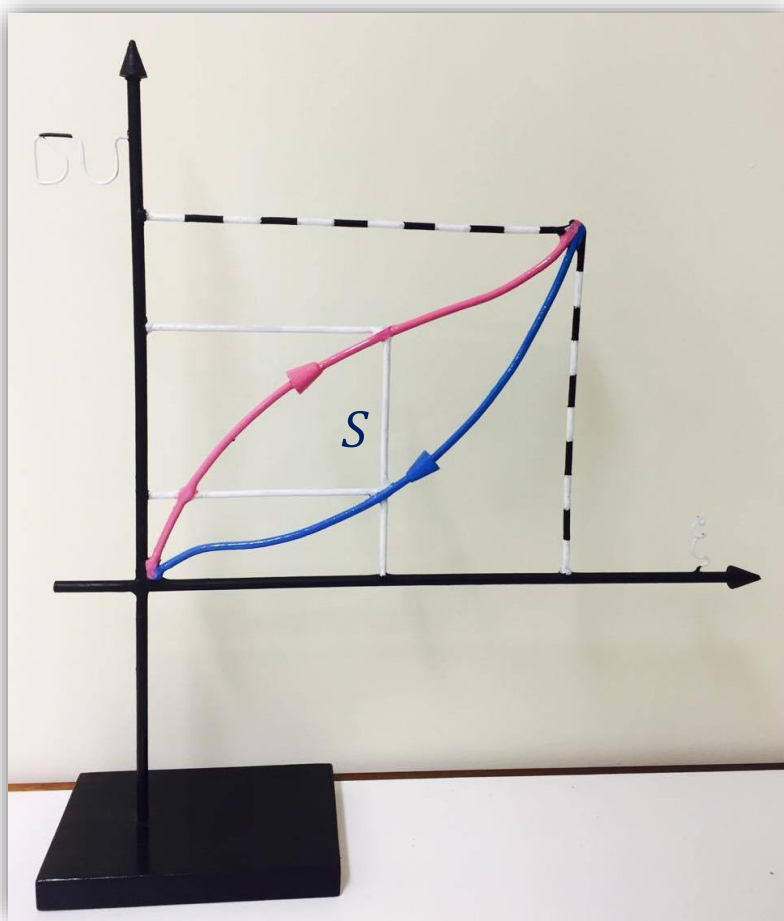


Tabla 3.4

DESCRIPCIÓN				
ELEMENTO	MATERIAL	COLOR	CANTIDAD	REPRESENTA
Varilla #6	Hierro	Negro	4	Ejes
Varilla #8	Alambre galvanizado	Amarillo	1	Esfuerzo deformación unitaria
Varilla #8	Alambre galvanizado	Rosado Azul	1 1	Diagrama completo de elasticidad
Varilla #10	Alambre galvanizado	Blanco - negro	6	Apoyo
Base	Madera	Negro	2	Apoyo

b) Presentar el material en clase e indicar que el diagrama de elasticidad ξ - DU de la figura 3.14 sirve para clasificar a las sustancias en elásticas o plásticas, dependiendo del tamaño del tramo OA. Daremos una breve explicación acerca del mismo: en el tramo OA el material es elástico y obedece la ley de Hooke que dice que “la deformación unitaria es proporcional al esfuerzo”; en el tramo AB el material es plástico y no sigue ninguna ley; el punto C corresponde al punto de ruptura. El punto A se conoce como límite de elasticidad y se hace relación a él mediante el máximo alargamiento, máximo cizallamiento, etc., que puede tolerar un material. En cambio, el diagrama de la figura 3.15 representa la curva ξ -DU para el diagrama completo de elasticidad: la deformación gradual (color azul) y la recuperación gradual (color rosado), que dibujan una curva cerrada y se denomina “ciclo de histéresis elástica” y los cuerpos (casi todos los cauchos o gomas) que la presentan tienen “histéresis elástica”.

c) Como un breve repaso, pedir al estudiante que defina las siguientes leyes:

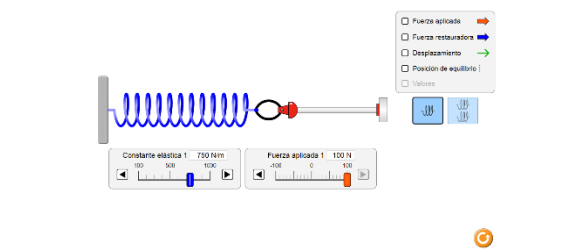
- La ley de Hooke expresa que:
- El límite de elasticidad es:

Respuestas:

- La relación entre el esfuerzo y la correspondiente deformación unitaria permanece constante para un margen más o menos amplio del cuerpo llamado margen de elasticidad.
- El punto A del diagrama ξ -DU y corresponde a la máxima deformación posible para la cual el cuerpo todavía presenta comportamiento elástico.

JUEGOS

https://phet.colorado.edu/sims/html/hookes-law/latest/hookes-law_es.html



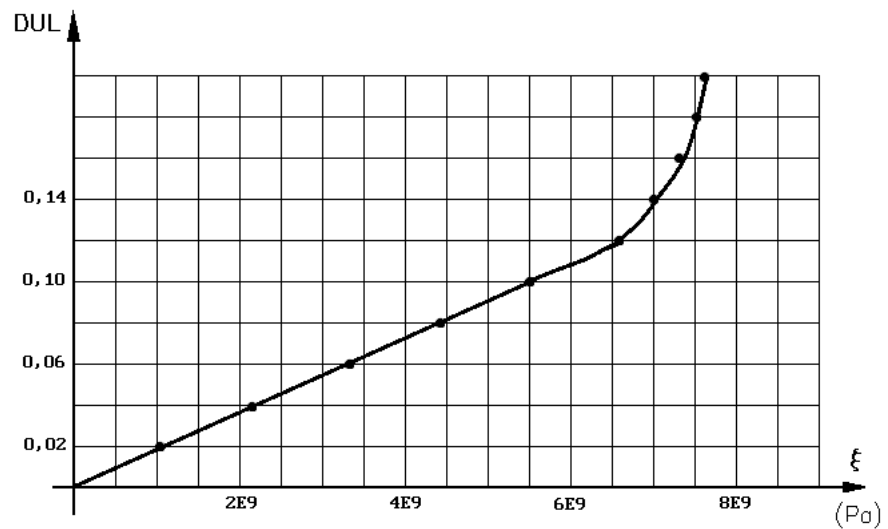
- **Ejercicio modelo:** Para hallar la gráfica DUL – ξ correspondiente a un alambre se han tomado las siguientes lecturas. Construya la gráfica. Determine la función y halle el significado de la constante de proporcionalidad para la parte elástica del material.



Solución:

Gráfica 3.16

ξ	DUL
1,1E9	0,02
2,2E9	0,04
3,3E9	0,06
4,4E9	0,08
5,5E9	0,10
6,6E9	0,12
7,0E9	0,14
7,3E9	0,16
7,5E9	0,18
7,4E9	0,20



El material es elástico hasta que $\xi = 6,6E9$. La función correspondiente a este tramo es $DUL = 1,818E-11 \cdot \xi$. La constante $A = 1,818E-11$ representa $A = \frac{DUL}{\xi} = \frac{1}{Y}$, es decir, el inverso del módulo de Young de la sustancia. de modo que $Y = 5,5E10 Pa$.



Actividad propuesta: . ¿Qué fuerza se debe ejercer sobre un resorte de constante de elasticidad 240 N/m para elongarlo 4 cm?

Solución:

$$F_e = - k \cdot \Delta l$$

$$k=240$$

$$\Delta L=4$$

$$\text{Entonces } F_e = - 240 \cdot 4 = -960 \text{ N}$$

Respuesta: -960N.

Marco teórico

Ley de Hooke. Histéresis Elástica.

Robert Hooke (1635-1703), físico-matemático, químico y astrónomo inglés, fue el primero en demostrar el comportamiento sencillo relativo a la elasticidad de un cuerpo. Hooke estudió los efectos producidos por las fuerzas de tensión, observó que había un aumento de la longitud del cuerpo que era proporcional a la fuerza aplicada. Hooke estableció la ley fundamental que relaciona la fuerza elástica F_e y la deformación producida Δl . Para una deformación unidimensional, la Ley de Hooke se puede expresar matemáticamente así:

$$F_e = - K \cdot \Delta l$$

Siendo:

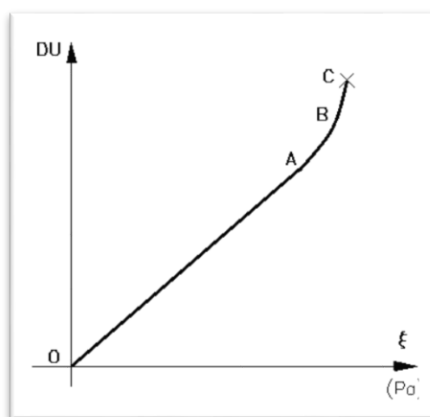
- K es la constante de proporcionalidad o de elasticidad. Su unidad es N/m
- Δl : es la deformación, esto es, lo que se ha comprimido o estirado a partir del estado original. Se conoce también como el alargamiento de su posición de equilibrio. $\Delta l = L_2 - L_1$

- F_e : es la fuerza elástica o fuerza resistente del sólido.
- El signo (-) en la ecuación se debe a la fuerza elástica tiene sentido contrario al desplazamiento. Esta fuerza se opone o se resiste a la deformación. Intentar recuperar el tamaño inicial.

El físico inglés Robert Hooke realizó varios estudios sobre la elasticidad de los cuerpos. Encontró que la relación entre la deformación unitaria y el correspondiente esfuerzo era constante para un margen más o menos amplio y que en todo caso dependía del material. Mientras no se esfuerce a un cuerpo más allá de su límite de elasticidad, recuperará sus dimensiones y/o forma original al retirar el esfuerzo aplicado; pero si un cuerpo fue esforzado más allá de su límite de elasticidad, al retirar el esfuerzo aplicado, el cuerpo retendrá una deformación (de dimensiones o de forma) llamada “deformación residual o permanente”. Cuando un cuerpo es deformado o esforzado continuamente hasta su límite de elasticidad o algo más, empieza a “fatigarse”; ésta es la fatiga elástica, que consiste en el continuo acortamiento de un tramo elástico, de modo que tarde o temprano se producirá la rotura de la sustancia, aun con esfuerzos relativamente pequeños.

La curva de elasticidad $DU - \xi$ para la gran mayoría de los materiales es la misma, tanto para la deformación gradual como para la recuperación gradual, de modo que la gráfica es una curva única y abierta. Sin embargo existen algunas sustancias cuya curva $DU - \xi$ para la deformación gradual difiere de la curva de la recuperación gradual, de tal manera que el diagrama completo de elasticidad (ida y vuelta) dibuja una curva cerrada. Dicha curva cerrada se denomina “ciclo de histéresis elástica” y los cuerpos que la presentan tienen “histéresis elástica”. Tal es el caso de la gran mayoría de cauchos o gomas de que disponemos actualmente. Su comportamiento es aproximadamente el siguiente: al empezar a aplicar el esfuerzo, la goma se deforma rápidamente, luego se deforma más lentamente; para grandes valores de ξ nuevamente tiende a deformarse rápidamente. Al empezar a atenuar el esfuerzo, la goma se recupera fácilmente; para valores medianos de ξ , la DU decrece lentamente y el proceso continúa hasta que el esfuerzo desaparece y la deformación se hace cero. Entonces se forma el ciclo de histéresis que encierra una superficie S la cual representa la cantidad de energía por unidad de volumen que la goma tomó del agente deformador para convertirla en calor.

Gráfica 3.17



Si el agente deformador es un dispositivo que vibra en forma no deseada o molesta y se desea eliminar al máximo tales vibraciones, entonces se monta el dispositivo sobre unas bases de caucho que presenten un gran ciclo de histéresis; de esa manera la energía vibracional $E = \frac{1}{2}KA^2$ se convierte, al menos en buena parte, en calor Q dentro del caucho. De ese modo la vibración resulta sumamente amortiguada y no causa molestias o destrozos en el resto de dispositivos. Generalmente veremos cosas de éstas en el acoplamiento motor-chasis de los automotores y electrodomésticos de uso común.

MATERIAL COMPLEMENTARIO

<https://www.fisicalab.com/apartado/ley-hooke#contenidos>

<http://elfisicoloco.blogspot.com/2014/04/ley-de-hooke.html>

GUIA PARA EL DOCENTE

NOMBRE DEL MATERIAL DIDÁCTICO

VIGA PARA FLEXIÓN

TEMA DE REFERENCIA

ELASTICIDAD POR FLEXIÓN

OBJETIVOS: Aplicar conceptos previos para desarrollar expresiones adecuadas relacionadas con la elasticidad por flexión. Desarrollar las actividades propuestas.

Procedimiento:

a) Descripción del Material didáctico

Grafica 3.18 Viga para flexión.

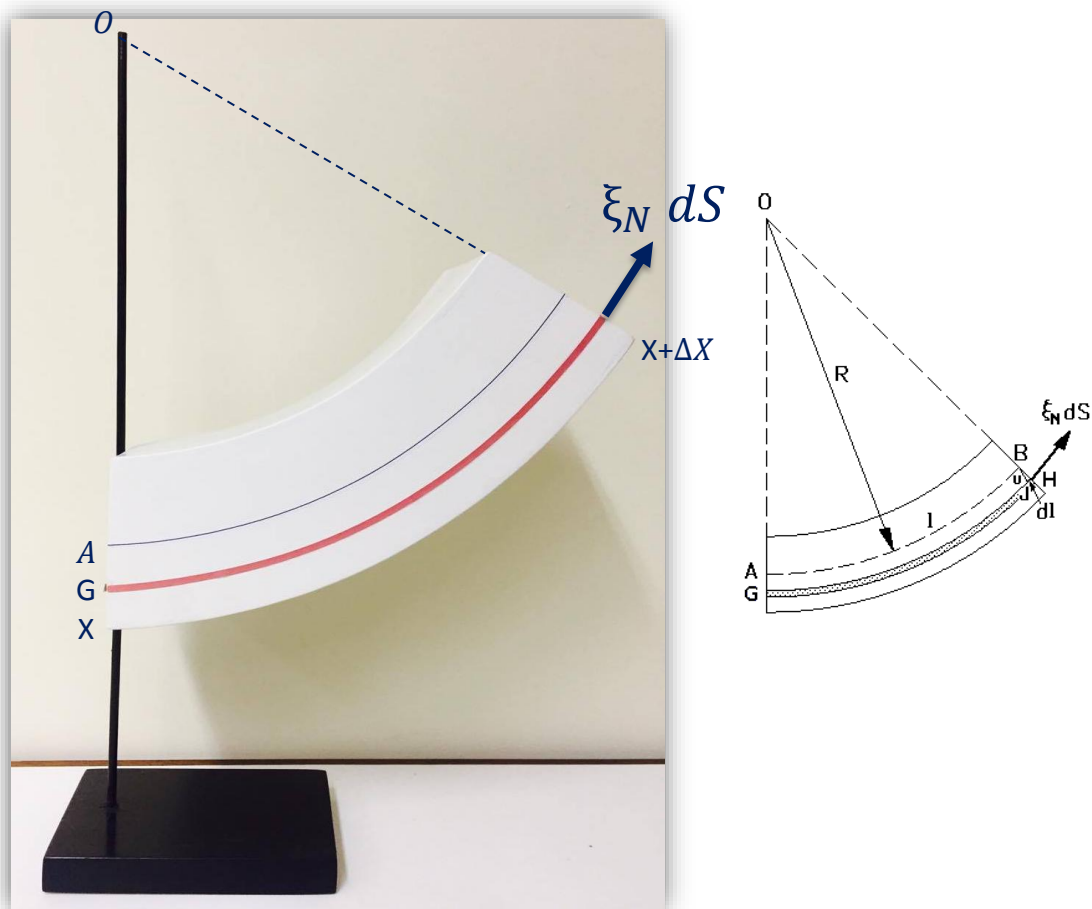


Tabla 3.5

DESCRIPCIÓN				
ELEMENTO	MATERIAL	COLOR	CANTIDAD	REPRESENTA
VARILLA	HIERRO	NEGRO	1	EJE
SEGMENTO DE VIGA	MADERA	BLANCO	1	CURVA ELÁSTICA
BASE	MADERA	NEGRO	1	BASE

b) Presentar el material e indicar a los estudiantes que se trata de un segmento de viga comprendido entre x y $x+dx$; allí ABCDA representa la “sección media” la cual contienen la curva elástica; las fibras por encima de ella se contraen, las fibras por debajo de ella se alargan; por ejemplo, la fibra GH, de área transversal ds se alarga. El esfuerzo tensor que alarga a GH ejerce una fuerza $\xi_N ds$ sobre ds .

c) Luego relacionar este material con:

La definición de módulo de Young:

$$Y = \frac{\xi_N}{DUL}$$

De donde:

$$\xi_N = Y \cdot DUL = Y \frac{dl}{l} \quad \text{a)}$$

El torque $d\tau$ producido por la fuerza $\xi_N ds$ con respecto a la fibra media (o sección media) es:

$$d\tau = u \xi_N ds \quad \text{b)}$$

También:

$$\frac{dl}{u} = \frac{l}{R}$$

De donde:

$$\frac{dl}{l} = \frac{u}{R} \quad \text{c)}$$

Sustituimos (c) en (a):

$$\xi_N = Y \frac{u}{R} \quad \text{d)}$$

reemplazamos (d) en (b) y obtenemos:

$$d\tau = uY \frac{u}{R} dS = \frac{Y}{R} u^2 dS$$

La cual al integrar da el torque total, esto es:

$$\tau = \frac{Y}{R} \int_S u^2 dS \quad \text{e)}$$

donde la integral se toma sobre toda la sección transversal de la viga. Debido a la total semejanza entre la conocida integral $\int r^2 dm$, que define el momento de inercia de un sistema y la integral $\int u^2 dS$ que aparece en la ecuación (e) se transforma simplemente en:

$$\tau = \frac{Y}{R} I = \frac{IY}{R} \quad \text{f)}$$

donde R es el radio de curvatura de la curva en el punto x. del análisis Elemental sabemos que este radio está dado por la expresión:

$$R = \frac{(1 + y'^2)^{3/2}}{y''} \quad \text{g)}$$

reemplazando (g) en (f) obtenemos:

$$\tau = \frac{IY}{(1 + y'^2)^{3/2}} y'' \quad \text{h)}$$

que para el caso de pendientes pequeñas, esto es cuando $y' \rightarrow 0$ se reduce a:

$$\tau = IY y'' \quad [\text{pues } (1 + y'^2)^{3/2} \text{ tiende a uno}]$$

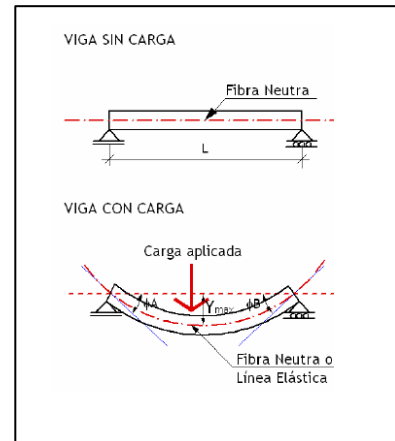
De donde:

$$y'' = \frac{\tau}{IY}$$

- d) Como un refuerzo realizar a los estudiantes la siguiente pregunta:
- ¿Qué representa la línea elástica?

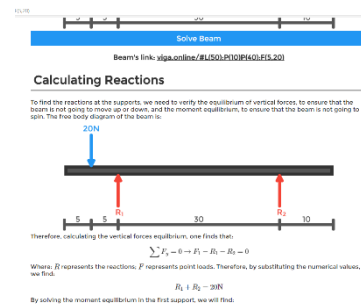
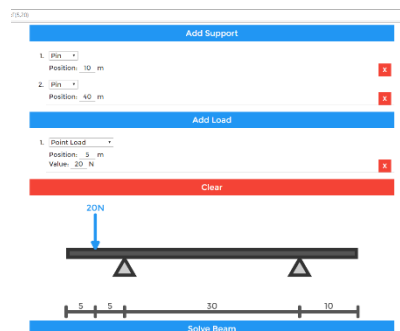
Respuesta: es la curva que forma la fibra neutra una vez cargada la viga, considerando que ésta se encontraba inicialmente recta, ver gráfica 3.19.

Gráfica 3.19



JUEGOS

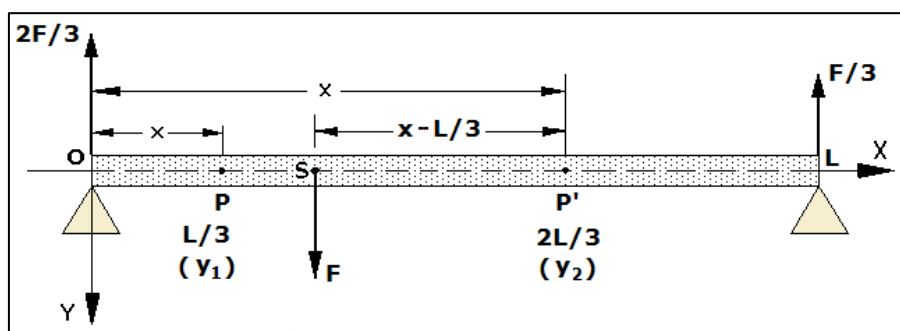
<http://viga.online/>



➤ **Ejercicio modelo:** Determine: a) la ecuación de la curva elástica, b) la máxima deformación h para el caso de la viga rectangular de longitud L , ancho a , espesor e , peso despreciable, simplemente apoyada en sus extremos y que soporta una fuerza concentrada F en $L/3$ de su extremo izquierdo.



Gráfica 3.20



Solución:

Las condiciones de frontera y de continuidad son:

$$\begin{cases} y_1(0) = 0 \\ y_2(L) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1(L/3) = y_2(L/3) \\ y_1'(L/3) = y_2'(L/3) \end{cases}$$

a) Los torques $\tau(x)$, para antes y después de S son:

$$\begin{cases} \tau_1(x) = -\frac{2F}{3}x & \left(0 < x < \frac{L}{3}\right) \\ \tau_2(x) = -\frac{2F}{3}x + F\left(x - \frac{L}{3}\right) = \frac{F}{3}x - \frac{FL}{3} & \left(\frac{L}{3} < x < L\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_1'' = \frac{12}{ae^3Y} \left(-\frac{2F}{3}x\right) & \left(0 < x < \frac{L}{3}\right) \\ y_2'' = \frac{12}{ae^3Y} \left(\frac{F}{3}x - \frac{FL}{3}\right) & \left(\frac{L}{3} < x < L\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_1' = \frac{12}{ae^3Y} \left(-\frac{F}{3}x^2\right) + C_1 & \left(0 < x < \frac{L}{3}\right) \\ y_2' = \frac{12}{ae^3Y} \left(\frac{F}{6}x^2 - \frac{FL}{3}x\right) + C_3 & \left(\frac{L}{3} < x < L\right) \end{cases}$$

De la segunda condición de continuidad:

$$-\frac{12}{ae^3Y} \left(\frac{F}{3} \frac{L^2}{9}\right) + C_1 = \frac{12}{ae^3Y} \left(\frac{F}{6} \frac{L^2}{9} - \frac{FL}{3} \frac{L}{3}\right) + C_3$$

$$C_3 = C_1 + \frac{12}{ae^3Y} \frac{FL^2}{18}$$

luego:

$$\begin{cases} y_1' = \frac{12}{ae^3Y} \left(-\frac{F}{3}x^2 \right) + C_1 & \left(0 < x < \frac{L}{3} \right) \\ y_2' = \frac{12}{ae^3Y} \left(\frac{F}{6}x^2 - \frac{FL}{3}x + \frac{FL^2}{18} \right) + C_1 & \left(\frac{L}{3} < x < L \right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_1 = \frac{12}{ae^3Y} \left(-\frac{F}{9}x^3 \right) + C_1x + C_2 & \left(0 < x < \frac{L}{3} \right) \\ y_2 = \frac{12}{ae^3Y} \left(\frac{F}{18}x^3 - \frac{FL}{6}x^2 + \frac{FL^2}{18}x \right) + C_1x + C_4 & \left(\frac{L}{3} < x < L \right) \end{cases}$$

De la primera condición de continuidad:

$$-\frac{12}{ae^3Y} \left(\frac{F}{9} \frac{L^3}{27} \right) + C_1 \frac{L}{3} + C_2 = \frac{12}{ae^3Y} \left(\frac{F}{18} \frac{L^3}{27} - \frac{FL}{6} \frac{L^2}{9} + \frac{FL^2}{18} \frac{L}{3} \right) + C_1 \frac{L}{3} + C_4$$

$$C_4 = C_2 - \frac{12}{ae^3Y} \frac{FL^3}{162}$$

luego:

$$\begin{cases} y_1 = \frac{12}{ae^3Y} \left(-\frac{F}{9}x^3 \right) + C_1x + C_2 & \left(0 < x < \frac{L}{3} \right) \\ y_2 = \frac{12}{ae^3Y} \left(\frac{F}{18}x^3 - \frac{FL}{6}x^2 + \frac{FL^2}{18}x - \frac{FL^3}{162} \right) + C_1x + C_2 & \left(\frac{L}{3} < x < L \right) \end{cases}$$

De las condiciones de frontera:

$$0 = \frac{12}{ae^3Y} \left(-\frac{F}{9}(0) \right) + C_1(0) + C_2$$

$$0 = \frac{12}{ae^3Y} \left(\frac{FL^3}{18} - \frac{FL^3}{6} + \frac{FL^3}{18} - \frac{FL^3}{162} \right) + C_1L + C_2$$

$$C_1 = \frac{12}{ae^3Y} \frac{5FL^2}{81} ; \quad C_2 = 0$$

$$\begin{cases} y_1 = \frac{12}{ae^3Y} \left(-\frac{F}{9}x^3 + \frac{5FL^2}{81}x \right) & \left(0 < x < \frac{L}{3} \right) \\ y_2 = \frac{12}{ae^3Y} \left(\frac{F}{18}x^3 - \frac{FL}{6}x^2 + \frac{19FL^2}{162}x - \frac{FL^3}{162} \right) & \left(\frac{L}{3} < x < L \right) \end{cases}$$

$$b) \frac{dy_2}{dx} = \frac{12}{ae^3Y} \left(\frac{F}{6}x^2 - \frac{FL}{3}x + \frac{19FL^2}{162} \right) = 0$$

$$\frac{F}{6}x^2 - \frac{FL}{3}x + \frac{19FL^2}{162} = 0, \text{ que al resolver da: } x = L(1 - \sqrt{8/27}); \text{ luego:}$$

$$y_{\max} = \frac{0,215FL^3}{ae^3Y}$$



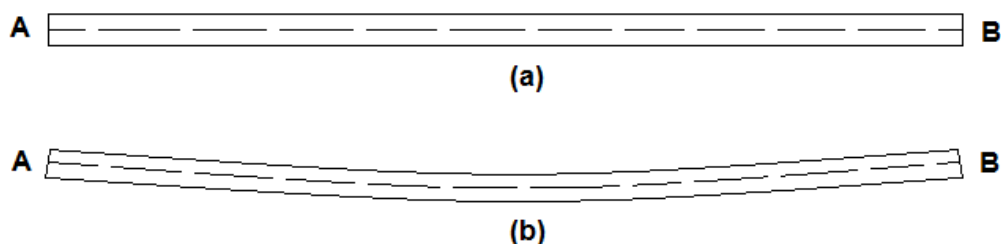
Actividad propuesta: ver el siguiente video y luego realizar una pequeña síntesis de lo mas relevante.

Enlace: <https://www.youtube.com/watch?v=cXdLyxL7LvM>

Marco teórico

La elasticidad por flexión es propia de las vigas. Consideremos la viga uniforme y homogénea AB de la figura 3.21. (a). La línea de trazos señala el eje de simetría. Al someterse la viga horizontal a la acción de fuerzas externas, por ejemplo verticales, se arquea y adopta la forma indicada en 3.21. (b). El eje de simetría describe una curva llamada “curva elástica”, cuyo conocimiento es lo más importante dentro de este tema.

Gráfica 3.21



Hay muchas formas de apoyar vigas, presentamos tres de ellas: a) Viga en voladizo: extremo A rígidamente fijo y extremo B libre. b) Viga simplemente apoyada: los extremos A y B se apoyan en forma no rígida de modo que puede haber rotación en torno a los apoyos. c) Extremo A rígidamente fijo y extremo B libre, apoyo no rígido en C.

MATERIAL COMPLEMENTARIO

https://www.u-cursos.cl/fau/2011/2/AO505/1/material_docente/

GUIA PARA EL DOCENTE

NOMBRE DEL MATERIAL DIDÁCTICO

MODELO DE CRISTAL

TEMA DE REFERENCIA

COMPORTAMIENTO ELÁSTICO Y ESTRUCTURA ATÓMICA

OBJETIVOS: Conocer las relaciones entre los fenómenos elásticos y el comportamiento de los átomos en sus estructuras cristalinas. Realizar las actividades propuestas.

Procedimiento:

a) Descripción del Material didáctico

Gráfica 3.22 Modelo de Cristal



Gráfica 3.23 Modelo de Cristal

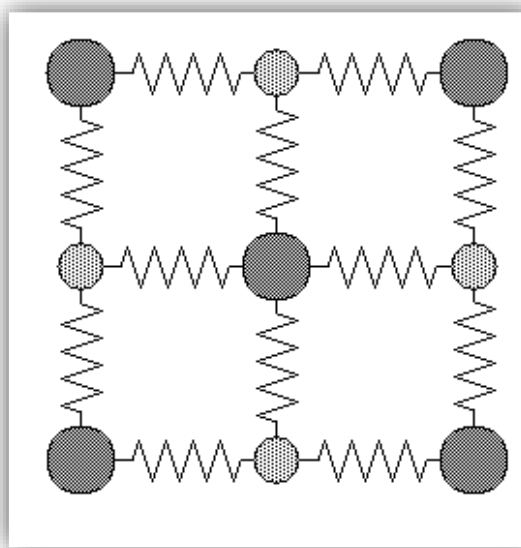


Tabla 3.6

DESCRIPCIÓN				
ELEMENTO	MATERIAL	COLOR	CANTIDAD	REPRESENTA
ESFERAS	PLÁSTICO	CRISTAL	54	ÁTOMOS
VARILLAS	HIERRO	PLATEADO	48	ENLACE DE ÁTOMOS
RESORTES	HIERRO	PLATEADO	48	ENLACE DE ÁTOMOS EN MOVIMIENTO

b) Presentar el material e indicar lo que representa. El primer material es la estructura atómica en reposo, la cual se encuentra ligeramente estática y no provoca ningún movimiento. El segundo material representa la estructura atómica en movimiento, para demostrar este fenómeno debemos darles un ligero movimiento a las esferas y así provocar su movimiento.

c) Como refuerzo pedir a los estudiantes ver el siguiente video:

https://www.youtube.com/watch?v=UkUst_ZmmZo

JUEGOS

http://concurso.cnice.mec.es/cnice2005/93_iniciacion_interactiva_materia/curso/materiales/atomos/aconstruir.htm



➤ **Ejercicio modelo:** Se puede considerar los átomos de un cristal como:



Respuesta: micro esferitas que vibran alrededor de sus posiciones de equilibrio.



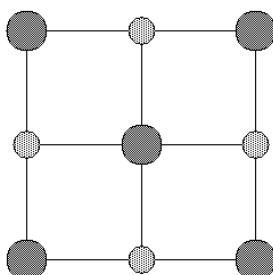
Actividad propuesta: Investigar sobre los átomos y su comportamiento, luego realizar un resumen con las respectivas referencias bibliográficas.

Marco teórico

COMPORTAMIENTO ELÁSTICO Y ESTRUCTURA ATÓMICA

Marco teórico: Podemos imaginar a los átomos de un cristal como micro esferitas que vibran alrededor de sus posiciones de equilibrio, su separación es de alrededor de $3\text{E}-9$ m. Cada átomo consta de un diminuto núcleo, cuyo diámetro es del orden de $1\text{E}-14$ m, que tiene carga positiva y que abarca casi toda la masa del átomo. Los diminutos electrones giran alrededor del núcleo a distancias del orden de $1\text{E}-10$ m y tienen carga negativa. Si se intenta apretar a los átomos más allá de estas distancias, se presentarán fuerzas de repulsión muy intensas, como las producidas por resortes elásticos de constantes k muy elevadas. La acción combinada tridimensional y microscópica de miles de estos “resortes” produce el fenómeno macroscópico de la elasticidad. La forma de la distribución atómica en el cristal hará que la sustancia tenga mayor o menor rigidez, que sea fácilmente estirable o no, etc.

Gráfica 3.24



La vibración de los átomos no es armónico-lineal: la elevación suficiente de temperatura puede provocar cizalladuras tan intensas que rompa al cristal y lo pase a la fase líquida. Aun así, las fuerzas interatómicas que se oponen a la contracción y/o dilatación tienen suficiente intensidad como para hacer que el líquido tenga un volumen definido, aunque no así su forma. Entonces el líquido mantendrá una densidad definida y una separación ínter átomos definida; sin embargo, no existirá una posición única para los átomos.

NOMBRE DEL MATERIAL DIDÁCTICO

PARÁMETROS CINEMÁTICOS DEL MAS

TEMA DE REFERENCIA

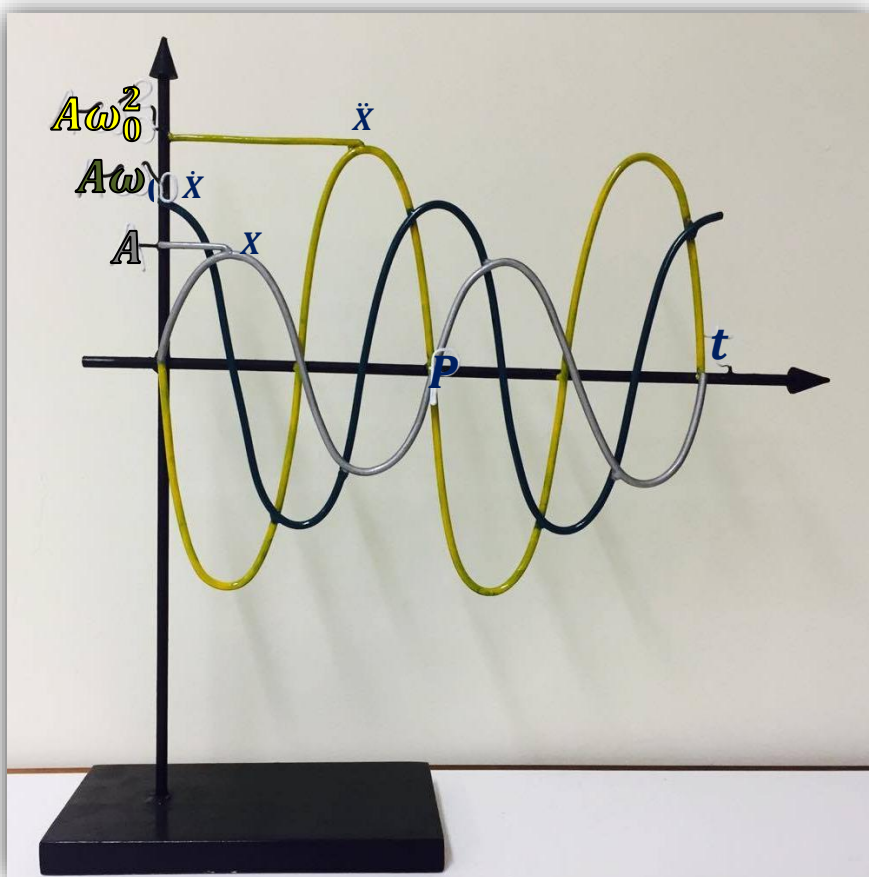
CINEMÁTICA DEL MAS LINEAL
OBJETIVOS: Conocer los conceptos básicos del movimiento oscilatorio.

Aprender las expresiones de posición, velocidad y aceleración en el movimiento armónico simple. Desarrollar las actividades de fin de tema.

Procedimiento:

a) Descripción del Material didáctico

Grafica 3.25 parámetros cinemáticos del MAS



Gráfica 3.26 Parámetros cinemáticos del MAS

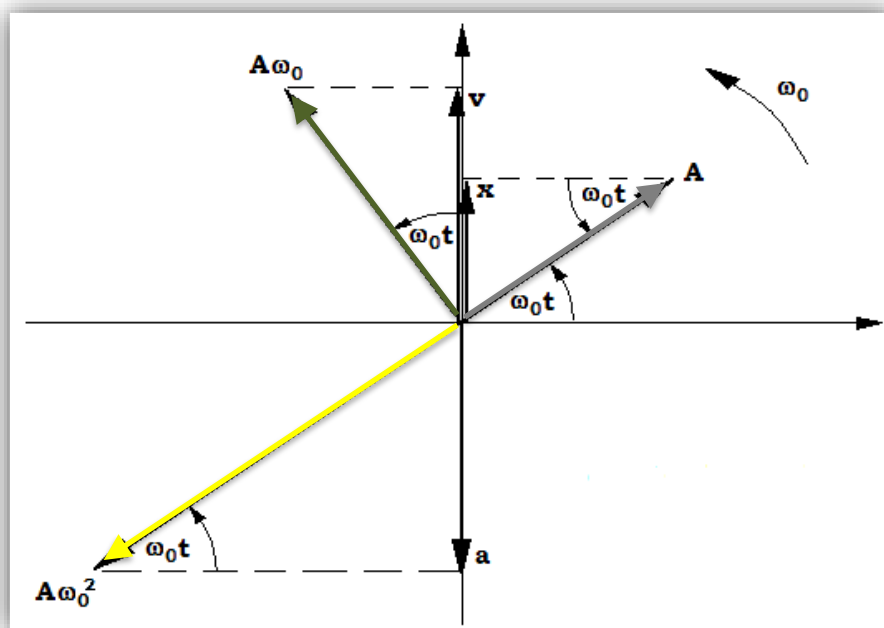


Tabla 3.7

DESCRIPCIÓN				
ELEMENTO	MATERIAL	COLOR	CANTIDAD	REPRESENTA
Varilla #6	Alambre galvanizado	Negro	4	Ejes
Varilla #8	Alambre galvanizado	Plomo Verde Amarillo	6	Parámetros cinemáticos Y fasores
Varilla #10	Alambre galvanizado	Blanco -negro	6	Soporte
Base	Madera	Negro	2	Base

b) Presentar el material a los estudiantes e indicar que el primer material (gráfica 3.25) representa los parámetros cinemáticos lineales dentro del MAS, en color plomo la posición, en color verde la velocidad y en color amarillo la aceleración. Estas son funciones armónicas que se encuentran desfasadas entre sí, donde se ha considerado la fase inicial igual a cero.

En cambio, el segundo material (Gráfica 3.26) representa los parámetros cinemáticos del MAS en forma de vectores rotantes, llamados también “fasores”. De igual manera la posición, el vector de color plomo, la velocidad, el vector en color verde y la aceleración, el vector de color amarillo. Suponiendo también que la fase inicial es cero.

c) Como un breve repaso solicitar a los estudiantes realizar la siguiente actividad.

- Unir el parámetro cinemático con su ecuación correspondiente.

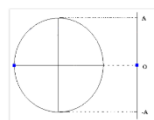
(A) Posición Lineal	() $ASen(\omega_0 t + \varepsilon)$
(B) Velocidad Lineal	() $-A\omega_0^2 Sen(\omega_0 t + \varepsilon)$
(C) Aceleración Lineal	() $A\omega_0 Cos(\omega_0 t + \varepsilon)$

Respuesta: A, C, B

JUEGOS

<http://juliotovar.wixsite.com/fisica-mecanica/news-and-events>

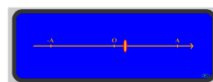
RELACIÓN ENTRE EL MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME Y EL MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE



Podemos imaginar un Movimiento Armónico Simple (M.A.S.) como una proyección de un Movimiento Circular Uniforme. El diagrama nos indica la posición del cuerpo en el instante inicial.

Existe una relación directa entre el movimiento armónico simple y el movimiento circular. Un movimiento circular se proyecta como un movimiento armónico simple en su propio plano. Es por ello que a la hora de definir las magnitudes que representan el movimiento armónico simple conviene tener en cuenta la analogía con el movimiento circular.

Una partícula describe un Movimiento Armónico Simple (M.A.S.) cuando se mueve a lo largo del eje X, estando su posición x dada en función del tiempo t por la ecuación $x = A \cdot \sin(\omega t + \phi)$



➤ **Ejercicio modelo:** Una partícula se mueve de acuerdo a la ecuación $x = 0,15Sen(6t + \pi/4)$. Determine la amplitud, frecuencia cíclica temporal, fase inicial, periodo y frecuencia temporales del MAS consiguiente.



Solución:

Por comparación:

$$x = A \operatorname{Sen}(\omega_0 t + \varepsilon)$$

$$x = 0,15 \operatorname{Sen}(6t + \pi/4)$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{P} = 2\pi f$$

RESPUESTAS

$$A=0,15 \text{ m}$$

$$\omega_0 = 6 \text{ rad/s}$$

$$\varepsilon = \pi/4 \text{ rad}$$

$$P = \pi/3 \text{ s}$$

$$f = 3/\pi \text{ Hz}$$



Actividad propuesta: Una varilla se mueve con MAS de 0,8 m de amplitud y 10 s de periodo temporal. Cuando $t = 0,2$ s la varilla se encuentra en $x = 0,6$ m. a) Escriba las ecuaciones cinematicas del MAS que describe la varilla, b) determine su posicion y velocidad en $t = 8$ s.

Solucion:

$$A=0,8 \quad P=10 \quad t = 0,2 \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{P} = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5}$$

$$x = A \operatorname{Sen}(\omega_0 t + \varepsilon)$$

$$0,6 = 0,8 \operatorname{Sen}\left(\frac{\pi}{5} 0,2 + \varepsilon\right)$$

$$\varepsilon = 0,722 \text{ rad}$$

Respuesta:

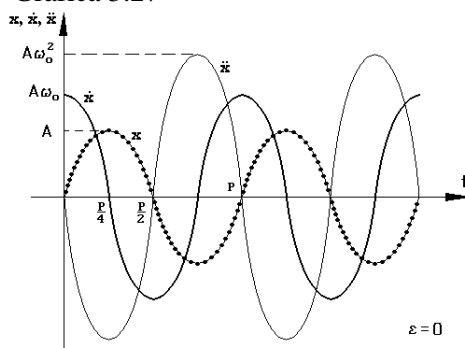
$$a) \bar{x} = 0,8 \operatorname{Sen}\left(\frac{\pi}{5} t + 0,722\right) \bar{i}; \dot{\bar{x}} = 0,503 \operatorname{Cos}\left(\frac{\pi}{5} t + 0,722\right) \bar{i}; \ddot{\bar{x}} = -0,316 \operatorname{Sen}\left(\frac{\pi}{5} t + 0,722\right) \bar{i}$$

$$b)) \bar{x} = (-0,408 \bar{i}) \text{ m}; \dot{\bar{x}} = (0,433 \bar{i}) \text{ m/s}$$

Marco teórico

Cinemática del MAS lineal

Gráfica 3.27



En forma física podemos definir el movimiento oscilatorio como el cambio de estado que, en mayor o menor grado, se repite con el tiempo. Puesto que el MAS es un movimiento periódico, los cambios de estado ocurren a intervalos de tiempo iguales llamados “período temporal”, P . El número de oscilaciones o cambios de estado que ocurren en la unidad de tiempo se llama “frecuencia temporal”, f . Así que frecuencia y período temporales son conceptos recíprocos, es decir:

$$P = \frac{1}{f}$$

Recordemos que un movimiento armónico simple puede definirse mediante la siguiente relación $x = A \text{ Sen}(\omega_0 t + \varepsilon)$, donde x representa la posición instantánea o elongación de la partícula con respecto a la posición de equilibrio; A representa la máxima elongación o valor máximo de x y se conoce como la “amplitud del movimiento”; ω_0 representa la “frecuencia cíclica temporal o angular” del movimiento y permite relacionar el MAS con el MCU mediante la expresión:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{P} = 2\pi f$$

El valor $\omega_0 t + \varepsilon$ se llama “fase” del MAS; donde ε representa la “fase inicial” del movimiento. A partir de la ecuación anterior se pueden escribir dos formas alternas para describir un MAS:

$$x = A \text{ Sen}\left(\frac{2\pi}{P} t + \varepsilon\right)$$

$$x = A \text{ Sen}(2\pi ft + \varepsilon)$$

El análisis físico-matemático del MAS se presenta como modelo de análisis de todo movimiento oscilatorio debido a su gran sencillez y porque una gran cantidad de oscilaciones naturales o artificiales son muy aproximadamente movimientos armónicos simples o composición de varios MAS. De los resultados físicos y matemáticos a los que se lleguen, se podrán sacar conclusiones y aplicaciones a muchos movimientos oscilatorios, ya sean mecánicos o electromagnéticos.

Al movimiento armónico simple lo hemos definido mediante la expresión

$x = A \text{ Sen}(\omega_0 t + \varepsilon)$, que en forma vectorial puede escribirse así:

$$\bar{x} = A \text{ Sen}(\omega_0 t + \varepsilon) \bar{i}$$

Para obtener la expresión de la velocidad instantánea de la partícula animada de MAS derivamos la ecuación anterior:

$$\dot{\bar{x}} = \frac{d\bar{x}}{dt} = A\omega_0 \text{ Cos}(\omega_0 t + \varepsilon) \bar{i}$$

Para obtener la expresión de la aceleración instantánea de la partícula animada de MAS derivamos la ecuación anterior:

$$\ddot{\bar{x}} = \frac{d^2\bar{x}}{dt^2} = -A\omega_0^2 \text{ Sen}(\omega_0 t + \varepsilon) \bar{i} = -\omega_0^2 \bar{x}$$

GUIA PARA EL DOCENTE

NOMBRE DEL MATERIAL DIDÁCTICO

CURVAS DE ENERGÍA CINÉTICA, POTENCIAL Y TOTAL

TEMA DE REFERENCIA

DINÁMICA DEL MAS LINEAL, II

OBJETIVOS: Conocer y aprender los conceptos dinámicos de las energías en el MAS lineal. Desarrollar las actividades de fin de tema. Admirar los modelos matemáticos involucrados.

Procedimiento:

a) Descripción del material didáctico

Gráfica 3.28 *curvas de energía.*

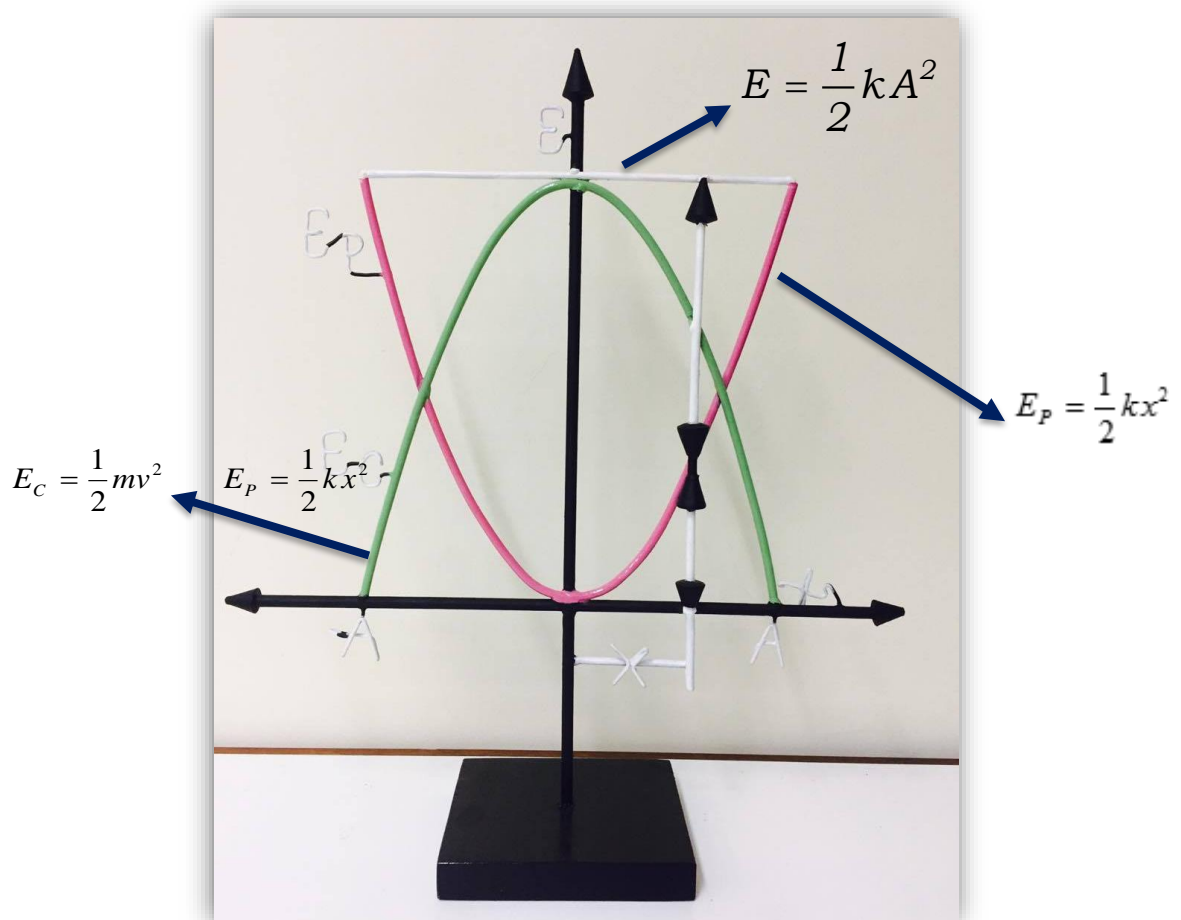


Tabla 3.8

DESCRIPCIÓN				
ELEMENTO	MATERIAL	COLOR	CANTIDAD	REPRESENTA
Varilla #6	Alambre galvanizado	Negro	2	Ejes
Varilla #8	Alambre galvanizado	Verde	1	Energía Cinética
		Rosado	1	Energía Potencial
Varilla #10	Alambre galvanizado	Blanco	1	Energía Total
Base	Madera	Negro	1	Base - Apoyo

b) Presentar el material en clase:

Presentar el material didáctico de la gráfica 3.28 que representa la energía total del MAS lineal. Indicar que la energía total es constante (se conserva) y está compuesta por la suma de la energía cinética y la energía potencial.

$$E_T = E_C + E_P$$

La curva (parábola) de color verde representa la energía cinética y la curva (parábola) de color rosado representa la energía potencial en función de x en el eje horizontal para el intervalo $\{-A < X < A\}$; indicar que en cualquier punto de las curvas, la suma de las energías cinética y potencial va a ser siempre constante e igual a la energía total representada por la recta en color blanco de la parte superior del material, ya que esta energía se conserva.

Con estos parámetros y al darnos cuenta que en este caso se da la conservación de la energía, utilizaremos la ley de conservación de la energía:

$$E_C + E_P = E$$

de donde:

$$\frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{2}{m} [E - E_P(x)]}$$

y:

$$dt = \frac{dx}{\sqrt{2/m[E - E_p(x)]}}$$

que al integrarse entre las posiciones extremas x_1 y x_2 se convierte en:

$$\int_0^t dt = \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{2/m[E - E_p(x)]}}$$

$$t = \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{2/m[E - E_p(x)]}}$$

con lo que la expresión para el período temporal, el doble de t , será:

$$P = 2 \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{2/m[E - E_p(x)]}}$$

En particular, si $E_p(x) = \frac{kx^2}{2}$, típico del MAS, tenemos:

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

c) Como refuerzo de lo aprendido, solicitar al estudiante responder las siguientes preguntas:

- Los parámetros dinámicos del MAS lineal son.....
- El período temporal es el tiempo

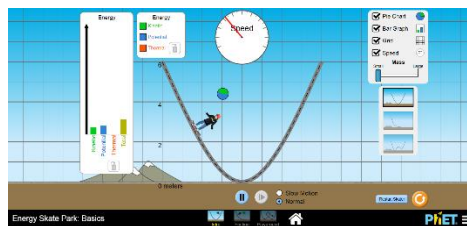
Respuesta:

- El movimiento lineal, la fuerza y las energías mecánicas: Energía cinética, Energía potencial y Energía total.
- Que requiere una partícula o sistema oscilante para describir un ciclo.

JUEGOS



SIMULADOR DE LA ENERGIA MECANICA.htm



- **Ejercicio modelo:** Una partícula de 4 kg se mueve según la ecuación $x = 0,1 \text{ Sen}(10t - \pi/3)$. Determine las expresiones para: a) las energías, b) el período.



Solución:

$$\text{a) } E_C = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \text{Cos}^2(\omega_0 t + \varepsilon) = \frac{4 \cdot 0,1^2 \cdot 10^2}{2} \text{Cos}^2(10t - \pi/3)$$

$$E_C = 2 \text{Cos}^2(10t - \pi/3)$$

$$E_P = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \text{Sen}^2(\omega_0 t + \varepsilon) = \frac{4 \cdot 0,1^2 \cdot 10^2}{2} \text{Sen}^2(10t - \pi/3)$$

$$E_P = 2 \text{Sen}^2(10t - \pi/3)$$

$$E = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} = \frac{4 \cdot 0,1^2 \cdot 10^2}{2}$$

RESPUESTA: $E = 2$

$$\text{b) } P = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{10}$$

RESPUESTA: $P = 0,628 \text{ s}$



Actividad propuesta: Empate correctamente:

- | | |
|-------------------------|--|
| (A) energía cinética | <input type="checkbox"/> $\frac{mA^2\omega_0^2}{2} \text{Cos}^2(\omega_0 t + \varepsilon)$ |
| (B) energía potencial | <input type="checkbox"/> $E_C + E_P(x)$ |
| (C) energía total | <input type="checkbox"/> $mA\omega_0 \text{Cos}(\omega_0 t + \varepsilon)$ |
| (D) período temporal | <input type="checkbox"/> $-mA\omega_0^2 \text{Sen}(\omega_0 t + \varepsilon)$ |
| (E) momentum lineal | <input type="checkbox"/> $\frac{mA^2\omega_0^2}{2} \text{Sen}^2(\omega_0 t + \varepsilon)$ |
| (F) fuerza recuperadora | <input type="checkbox"/> $2 \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{2/m[E - E_P(x)]}}$ |

Respuestas: A, C, E, F, B, D.

Marco teórico

Dinámica del MAS lineal II

Recordemos que las expresiones para las energías cinética y potencial elástica son:

$$E_C = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 \quad \& \quad E_P = \frac{1}{2} k x^2$$

Al desarrollarlas para el caso del sistema resorte-masa tenemos:

$$E_C = \frac{mA^2 \omega_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varepsilon)$$

y:

$$E_P = \frac{1}{2} k A^2 \sin^2(\omega_0 t + \varepsilon)$$

pero $k = m\omega_0^2$, luego:

$$E_P = \frac{mA^2 \omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varepsilon)$$

Entonces, para la energía total hallamos:

$$E = E_C + E_P$$

$$E = \frac{mA^2 \omega_0^2}{2} [\cos^2(\omega_0 t + \varepsilon) + \sin^2(\omega_0 t + \varepsilon)] = \frac{mA^2 \omega_0^2}{2} = \frac{1}{2} m \omega_0^2 A^2$$

esto es:

$$E = \frac{1}{2} k A^2$$

que es constante, lo cual significa que en el MAS, la energía mecánica total se conserva. La figura 1.2.4.1 muestra las curvas correspondientes a las energías cinética, potencial y total: la parábola indica la energía potencial en función de x para el intervalo $\{-A < x < A\}$; la recta horizontal indica la energía total, la cual es constante; la diferencia entre las energías total y potencial representa la energía cinética.

Determinaremos ahora una expresión general para el período temporal de las oscilaciones. Para ello utilizaremos la ley de conservación de la energía:

$$E_C + E_P = E$$

$$\frac{m\dot{x}^2}{2} + E_p(x) = E$$

$$\frac{m}{2} \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + E_p(x) = E$$

de donde:

$$\frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{2}{m} [E - E_p(x)]}$$

y:

$$dt = \frac{dx}{\sqrt{2/m [E - E_p(x)]}}$$

que al integrarse entre las posiciones extremas x_1 y x_2 se convierte en:

$$\int_0^t dt = \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{2/m [E - E_p(x)]}}$$

$$t = \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{2/m [E - E_p(x)]}}$$

con lo que la expresión para el período temporal, el doble de t , será:

$$P = 2 \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{2/m [E - E_p(x)]}}$$

En particular, si $E_p(x) = \frac{kx^2}{2}$, típico del MAS, tenemos:

$$P = 2 \int_{-A}^A \frac{dx}{\sqrt{2/m (E - kx^2/2)}} = 2 \int_{-A}^A \frac{dx}{\sqrt{k/m (2E/k - x^2)}} =$$

$$= 2 \sqrt{\frac{m}{k}} \int_{-A}^A \frac{dx}{\sqrt{A^2 - x^2}} = 2 \sqrt{\frac{m}{k}} \operatorname{Sen}^{-1} \frac{x}{A} \Big|_{-A}^A = 2 \sqrt{\frac{m}{k}} \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right) =$$

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

MATERIAL COMPLEMENTARIO

<http://acer.forestales.upm.es/basicas/udfisica/asignaturas/fisica/dinam1p/mas.html>

GUIA PARA EL DOCENTE

NOMBRE DEL MATERIAL DIDÁCTICO

DIAGRAMA DE VECTORES ROTATORIOS O FASORES

TEMA DE REFERENCIA

SUPERPOSICIÓN DE DOS MAS DE IGUAL DIRECCIÓN E IGUAL FRECUENCIA CÍCLICA TEMPORAL

OBJETIVOS: Conocer y aprender la mecánica de este tipo de superposición de oscilaciones. Desarrollar las actividades propuestas.

Procedimiento:

a) Descripción del material didáctico:

Gráfica 3.29 Diagrama de vectores rotatorios o fasores

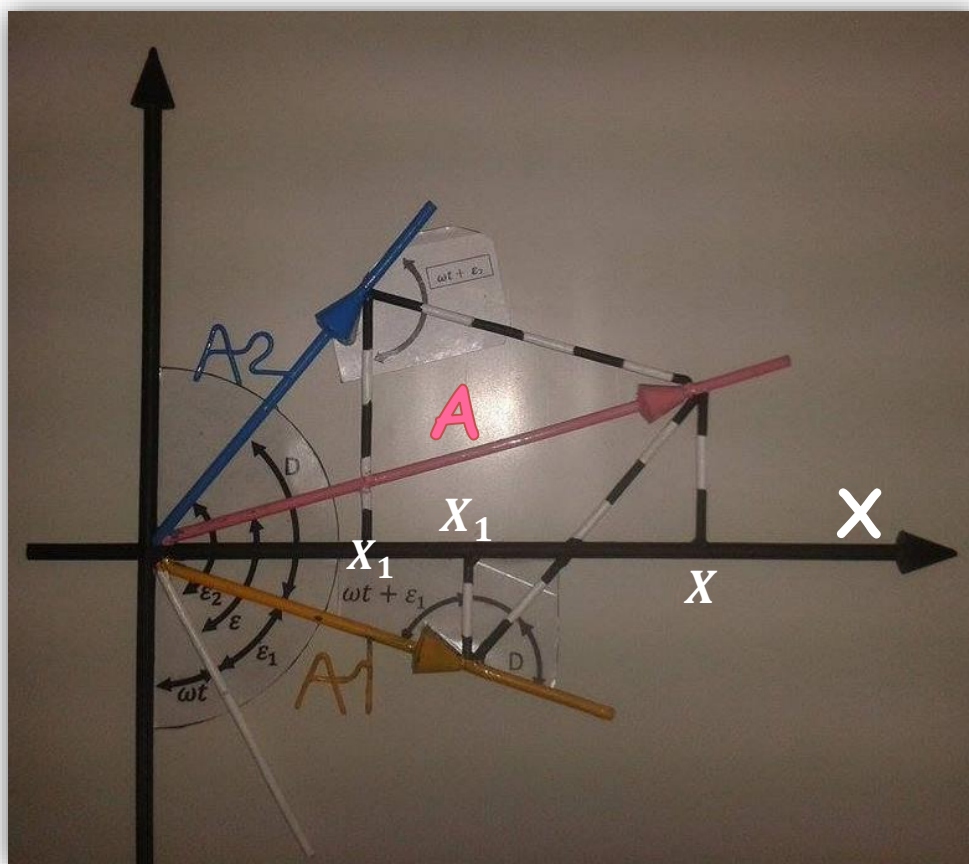


Tabla 3.9

DESCRIPCIÓN				
ELEMENTO	MATERIAL	COLOR	CANTIDAD	REPRESENTA
Varilla #6	Alambre galvanizado	Negro	2	Ejes
Varilla #8	Alambre galvanizado	Verde	1	Energía Cinética
		Rosado	1	Energía
			1	Potencial
Varilla #10	Alambre galvanizado	Blanco	1	Energía Total
Base	Madera	Negro	1	Base - Apoyo

b) Presentar el material en clase:

Presentar el material de la figura 3.29 e indicar que se trata del diagrama de vectores rotatorios o fosares, que representan la superposición de dos oscilaciones (A_1 en color amarillo y A_2 en color azul) de igual dirección e igual frecuencia cíclica temporal, cuyas ecuaciones son:

$$\vec{x}_1 = A_1 \text{Sen}(\omega t + \varepsilon_1) \vec{i} \quad \text{y} \quad \vec{x}_2 = A_2 \text{Sen}(\omega t + \varepsilon_2) \vec{i}$$

Y su resultante está representada por el vector A de color rosado, cuya ecuación es:

$$\vec{x} = A \text{Sen}(\omega t + \varepsilon) \vec{i}$$

Esta resultante varía de acuerdo a la inclinación del ángulo D. y se presentan los siguientes casos: “interferencia constructiva total”, “interferencia destructiva total” e “interferencia en cuadratura”.

c) Como refuerzo del tema, pedir a los estudiantes responder las siguientes preguntas:

- Superponer dos oscilaciones significa
- El ángulo D representa
- La resultante de la superposición de dos oscilaciones de dirección y frecuencia cíclica temporal iguales es.....

Respuestas:

- Sumarlas vectorialmente para obtener una sola resultante con su respectiva ecuación.
- El desfase $|\varepsilon_2 - \varepsilon_1|$ entre dos movimientos oscilatorios que se van a superponer.
- Otra oscilación armónica simple que tiene la misma dirección y la misma frecuencia cíclica temporal que aquellas que se superponen.

JUEGOS

http://www.physicsgames.net/game/FWG_Bridge.html

➤ **Ejercicio modelo:** Halle la resultante de la superposición de las dos siguientes oscilaciones lineales y gráfíquelas:

$$\vec{x}_1 = 2\text{Sen}(10t + \pi/3)\vec{i} \quad \text{y} \quad \vec{x}_2 = 3\text{Sen}(10t - \pi/2)\vec{i}.$$



Solución:

En este caso:

$$D = |-\pi/2 - \pi/3| = 5\pi/6$$

$$A = \sqrt{2^2 + 3^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3 \cos(\pi - 5\pi/6)} = 1,615$$

$$\varepsilon = \tan^{-1} \frac{2\text{Sen}\pi/3 + 3\text{Sen}(-\pi/2)}{2\text{Cos}\pi/3 + 3\text{Cos}(-\pi/2)} = -0,903 \text{ luego:}$$

Respuesta $\vec{x} = 1,615\text{Sen}(10t - 0,903)\vec{i}$



Actividad propuesta: Sobre una pequeña partícula de $0,20 \text{ kg}$ actúan las oscilaciones $\vec{x}_1 = 0,4 \text{ Sen } 8t \vec{i}$ y $\vec{x}_2 = 0,6 \text{ Sen}(8t + \pi/3) \vec{i}$. Determine las ecuaciones cinemáticas y dinámicas del movimiento resultante.

Solución:

$$D = \pi/3$$

$$A = \sqrt{0,4^2 + 0,6^2 + 2 \cdot 0,4 \cdot 0,6 \text{ Cos}(\pi/3)} = 0,872$$

$$\varepsilon = \text{Tan}^{-1} \frac{0,4 \text{ Sen}0 + 0,6 \text{ Sen}(\pi/3)}{0,4 \text{ Cos}0 + 0,6 \text{ Cos}(\pi/3)} = 0,639$$

Respuestas:

$$\vec{x} = 0,872 \text{ Sen}(8t + 0,639) \vec{i}$$

$$\dot{\vec{x}} = 6,974 \text{ Cos}(8t + 0,639) \vec{i}$$

$$\ddot{\vec{x}} = -55,794 \text{ Sen}(8t - 0,639) \vec{i}$$

$$\vec{p} = 1,395 \text{ Cos}(8t + 0,639) \vec{i}$$

$$\vec{F} = -11,159 \text{ Sen}(8t - 0,639) \vec{i}$$

$$E_c = 4,864 \text{ Cos}^2(8t - 0,639)$$

$$E_p = 4,864 \text{ Sen}^2(8t - 0,639)$$

Marco teórico

Superposición de dos MAS de igual dirección e igual frecuencia cíclica temporal

En estos temas analizaremos algunos casos importantes de superposición de oscilaciones armónico-simples, teniendo en mente que la misma teoría matemática será útil en el análisis de la superposición de ondas. Además esto es importante debido a que en la naturaleza son muy frecuentes los casos de superposición de oscilaciones y más aún, los de superposición de ondas de todo tipo. El tratamiento matemático que realizaremos será normalmente de carácter vectorial.

Iniciamos con el caso más sencillo, la superposición de dos oscilaciones de igual dirección e igual frecuencia cíclica temporal, cuyas ecuaciones son:

$$\vec{x}_1 = A_1 \text{Sen}(\omega t + \varepsilon_1) \vec{i}$$

y:

$$\vec{x}_2 = A_2 \text{Sen}(\omega t + \varepsilon_2) \vec{i}$$

Vemos que la dirección común de las dos oscilaciones es la del eje X, que la frecuencia cíclica temporal común es ω , que la frecuencia temporal común es $f = \omega/2\pi$ y que las fases iniciales, que son arbitrarias, están dadas por ε_1 y ε_2 . Para el estudio nos ayudaremos del diagrama de vectores rotatorios o fasores mostrados en la figura 1.2.8.1.

$$\vec{x} = \vec{x}_1 + \vec{x}_2$$

$$\vec{x} = A_1 \text{Sen}(\omega t + \varepsilon_1) \vec{i} + A_2 \text{Sen}(\omega t + \varepsilon_2) \vec{i}$$

cuyo resultado es:

$$\boxed{\vec{x} = A \text{Sen}(\omega t + \varepsilon) \vec{i}}$$

donde:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos(\pi - D)} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos D} \quad (\text{con } D = |\varepsilon_2 - \varepsilon_1|)$$

y:

$$\varepsilon = \tan^{-1} \frac{A_1 \sin \varepsilon_1 + A_2 \sin \varepsilon_2}{A_1 \cos \varepsilon_1 + A_2 \cos \varepsilon_2}$$

de modo que el movimiento resultante es también un MAS de igual dirección y frecuencia que los MAS parciales. Se presentan los siguientes subcasos especiales:

a) $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$:

En este caso $D = 0$ y se produce “interferencia constructiva total”:

$$\bar{x} = A \sin(\omega t + \varepsilon) \vec{i}$$

con $A = A_1 + A_2$ y $\varepsilon = \varepsilon_1$

b) $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \pm \pi$:

En este caso $D = \pi$ y se produce “interferencia destructiva total”:

$$\bar{x} = A \sin(\omega t + \varepsilon) \vec{i}$$

con $A = |A_1 - A_2|$ y $\varepsilon = \begin{cases} \varepsilon_1 & \text{si } A_1 > A_2 \\ \varepsilon_2 & \text{si } A_1 < A_2 \end{cases}$

c) $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \pm \pi/2$:

En este caso $D = \pi/2$ y se produce “interferencia en cuadratura”:

$$\bar{x} = A \sin(\omega t + \varepsilon) \vec{i}$$

con $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$ y $\varepsilon = \begin{cases} \varepsilon_1 - \tan^{-1} \frac{A_2}{A_1} & \text{si } \varepsilon_1 > \varepsilon_2 \\ \varepsilon_1 + \tan^{-1} \frac{A_2}{A_1} & \text{si } \varepsilon_1 < \varepsilon_2 \end{cases}$

MATERIAL COMPLEMENTARIO

<https://www.addlink.es/productos/comsol-multiphysics>

<http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/oscilaciones/pulsacion/pulsacion.htm>

CONCLUSIONES

Concluido el presente trabajo de titulación, se ha determinado la existencia de ciertas complicaciones en el proceso de enseñanza-aprendizaje en la materia Oscilaciones y Ondas de la Carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca; de acuerdo a las encuestas realizadas, los estudiantes manifiestan la abstracción y complejidad de la materia, lo que influye en la poca comprensión de los diferentes temas que abarca las Oscilaciones y Ondas.

Por otra parte el docente, quien cuenta con un texto guía que incluye gráficos explicativos para el estudio de los diferentes temas de esta asignatura, cree necesaria la implementación de materiales didácticos que complementen a éste y ayuden a mejorar la enseñanza-aprendizaje.

Considerando las nuevas corrientes pedagógicas de la educación, que involucra al estudiante como eje principal y a los docentes como seres activos del conocimiento, esta propuesta presenta y permite en los estudiantes el desarrollo del conocimiento que se logra a través de la intervención sobre la realidad, experimentando con objetos manipulables y situaciones que son de gran apoyo para el educando y además permite cumplir el objetivo del docente.

Los materiales elaborados dentro de esta propuesta, son la constatación de la dificultad en la comprensión en algunos temas de Oscilaciones y Ondas y la gran ayuda que resulta incluir estos materiales en la clase. Las encuestas realizadas demuestran que existe esta problemática y que los materiales en el estudio de Oscilaciones y Ondas servirán de gran ayuda para mejorar la comprensión y el aprendizaje de estos contenidos.

Por lo que la propuesta luego de elaborar, identificar, diseñar y construir estos materiales didácticos manipulables, ha diseñado las diferentes clases con los elementos necesarios para orientar al docente en su labor, es así, que se han incluido los momentos didácticos de una clase y diferentes actividades que ayuden en la consolidación de los conocimientos, sin embargo, el docente con su ingenio puede ofrecer nuevos caminos para utilizar estos recursos.

Recomendaciones

Realizado el presente trabajo de titulación y considerando todos los factores involucrados, se considera tomar en cuenta las siguientes recomendaciones:

Debido a que en el presente proyecto no se ha trabajado todos los temas que presenta la materia Oscilaciones y Ondas y considerando la abstracción y complejidad que presenta la materia, se recomienda que mediante algún trabajo de titulación se continúe con la implementación de materiales didácticos para los temas faltantes, que sin duda serán de gran ayuda y complemento para mejorar la comprensión y lograr así un aprendizaje deseado.

Además, se recomienda que, los materiales didácticos y la presente guía didáctica que es un recurso creado para el docente, estén al alcance de los estudiantes de tal forma que si los estudiantes necesitan reforzar sus conocimientos puedan realizarlo por su propia cuenta.

REFERENCIAS

- Ausubel, D. (1963). *The psychology of meaningful verbal learning*. New York, Grune. Recuperado el Acceso: 07 de Junio de 2016
- Avecillas, A. S. (2007). *Oscilacones y Ondas*. Cuenca: centro de publicaciones y difusion Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias dela Educación. Recuperado el 15 de Mayo de 2016
- Bermejo, S., & Treveño, M. (2005). *Objetos de Aprendizaje personalizados*. Recuperado el Acceso: 24 de Noviembre de 2014
- Bruner, J. (1967). *El saber y el sentir: ensayo sobre el conocimiento*. Pax-Mexico.
- Catálogo Digital de Publicaciones DC. (2015). El recurso didáctico. Usos y recursos para el aprendizaje dentro del aula. Recuperado 29 de agosto de 2017, a partir de http://fido.palermo.edu/servicios_dyc/publicacionesdc/vista/detalle_articulo.php?id_articulo=11816&id_libro=571
- Cocinero, P. (2015). *Método heurístico y su incidencia en el aprendizaje del álgebra. Estudio realizado en el grado de quinto Bachillerato en Educación, sección «B», del Instituto Normal para Varones de Occidente, departamento de Quetzaltenango, Guatemala*. Universidad Rafael Landívar. Licenciatura en la enseñanza de matemática y física, Guatemala. Recuperado a partir de <http://recursosbiblio.url.edu.gt/tesisjcem/2015/05/86/Cocinero-Pablo.pdf>
- Domínguez Rodríguez, E. (2002). *Las primeras teorías de la modernidad pedagógica*. Barcelona: Ariel.
- Delval, J. (2001). Hoy todos son constructivistas.
- Elder, L., & Richard, P. (s.f.). *Estándares de Competencia para el Pensamiento Crítico*. Recuperado el Acceso: 17 de Noviembre de 2014, de Estándares de Competencia para el Pensamiento Crítico.
- El enfoque constructivista de Piaget. (201d. C.). Capítulo 5. Recuperado a partir de http://www.ub.edu/dpsed/fvillar/principal/pdf/proyecto/cap_05_piaget.pdf
- Gamow, G. (2007). *Biografía de la Física*. España: Alianza Editorial.
- Gilbert, J., & Elmer, R. (2000). *Positioning Models in Science Educaction*. 3-17.
- Gonzales, N. N. (15 de NOVIEMBRE de 2005). Proyecto de implementación de la modalidad semipresencial con manejo de software y métodos constructivistas en la especialidad de Matemáticas y Física. *Pucara*(19), 113. Recuperado el 24 de Mayo de 2016

- González, M. (2010). Recursos didácticos y juegos y pasatiempos para matemáticas en Infantil Primaria y ESO: consideraciones generales. Universidad de Málaga. Didácticas de las Matemáticas, 1-24.
- Hernández, S. (2008). El modelo constructivista con las nuevas tecnologías: aplicado en el proceso de aprendizaje. *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento*, 27. Recuperado el 13 de Junio de 2016
- Herran Gascón, A., Paredes Labra, L., & Gonzáles Jiménez, F. E. (2008). Didactica General. España: e-libro, corp.
- Herrán Gascón, A., Paredes Labra, L., & Gonzáles Jiménez, F. E. (2008). Didactica General. España: e-libro, corp. Recuperado el 15 de Mayo de 2016
- Herrera, J. (1998). los recursos didácticos en la enseñanza de la física en la ingeniería. *ingenierías*, 22.
- Herreros, C. (1992). *Nuevos retos en la formación del profesorado: nuevas tecnologías, nuevos lenguajes*. Recuperado el Acceso: 15 de Noviembre de 2014, de Nuevos retos en la formación del profesorado: nuevas tecnologías, nuevos lenguajes.
- Hurtado, I. (2012, junio 4). MEDIOS Y RECURSOS DIDÁCTICOS: CARACTERÍSTICAS Y FUNCIONES. Recuperado 29 de agosto de 2017, a partir de <http://didacticamediosyrecursos.blogspot.com/2012/06/caracteristicas-y-funciones.html>
- Laliena, J. (2014). *Los materiales en el aprendizaje de las matemáticas*. Logroño: Universidad de La Rioja, servicio de publicaciones.
- Linn, M., & Butler. (1993). *the development of rationality and critical thinking*. Merry-Palmer Quartelry.
- MINED. (2016). *Cuba Educa Portal Educativo cubano*. Recuperado el 18 de Mayo de 2016, de © Copyright - Todos los derechos reservados a favor del autor: http://fisica.cubaeduca.cu/index.php?option=com_content&view=article&id=11278%3Aoscilaciones-y-ondas
- Montilla, E. (06 de 08 de 2017). *UNA NUEVA VISIÓN DEL CONSTRUCTIVISMO PARA LA ENSEÑANZA DE LA*. Obtenido de <http://comunidad.udistrital.edu.co/geaf/files/2012/09/2007Vol2No1-006.pdf>
- Moreno, I. (2004). *la utilización de medios y recursos didácticos en el aula*. Madrid, España. Recuperado el 26 de Mayo de 2016, de pendiente de migración: <http://pendientedemigracion.ucm.es/info/doe/profe/isidro/merecur.pdf>
- Moya, A. (2010). Recursos didácticos en la enseñanza. *innovación y experiencias educativas*.
- Murillo, W., Zapata, O., & Valencia, C. (2016). Construcción de la noción de onda y el fenómeno de interferencia en el grado noveno. Universidad de Antioquia. Licenciatura en matemática y física, Colombia. Recuperado a partir de



http://ayura.udea.edu.co:8080/jspui/bitstream/123456789/2321/1/JD01049_wilmar_oscar_carlos.pdf

- Posada, J. (2013). Unidad didáctica: Enseñanza de las ondas mecánicas para grado octavo. Universidad Nacional de Colombia-Sede Medellín. Maestría en enseñanza de las ciencias exactas y naturales, Colombia. Recuperado a partir de <http://www.bdigital.unal.edu.co/9386/1/1067847370.%202013.pdf>
- Redine. (2012). El constructivismo y la enseñanza de la matemática. *Revista electrónica UCLA*, 2, 49-57.
- Reyes, F. (10 de 07 de 2017). *aprendiendo juntos*. Obtenido de https://aprendiendo-juntos.wikispaces.com/file/view/Documento+10_Los_recursos_didacticos.pdf
- Rivilla, A. M., & Salvador, F. (2009). *Didáctica General* (segunda ed.). Madrid, España: pearson educación. Recuperado el 13 de Junio de 2016
- Santiváñez, V. (s.f.). La didáctica, el constructivismo y su aplicación en el aula. *Revista Cultura*, 144. Recuperado el 12 de Junio de 2016, de http://www.revistacultura.com.pe/revistas/RCU_18_1_la-didactica-el-constructivismo-y-su-aplicacion-en-el-aula.pdf
- Valencia, u. I. (09 de Marzo de 2016). *VIU*. Recuperado el 25 de Mayo de 2016, de <http://www.viu.es/el-aprendizaje-por-descubrimiento-de-bruner/>
- Vera, A. (2012). Explorando las ondas: una propuesta didáctica para la enseñanza-aprendizaje de algunos conceptos básicos del movimiento ondulatorio. Universidad Nacional de Colombia. Maestría en Enseñanza de las ciencias exactas y naturales, Colombia. Recuperado a partir de <http://www.bdigital.unal.edu.co/7099/1/01186482.2012.pdf>
- Wiley, D. (2001). *"Instructional Use of Learning Objects"*. Recuperado el Acceso: 19 de Noviembre de 2014, de 2002.
- Yeany, R. (1991). *A Unifying theme in science education*. NRST.
- Yuri Gutiérrez. (2014). MOVIMIENTO OSCILATORIO DE LA VELA. Recuperado a partir de <https://www.youtube.com/watch?v=epDLhLDWMu4>

ANEXOS

